

El Modelo IS – LM: un enfoque Conceptual, Geométrico y Algebraico.

1.- Introducción

El Modelo IS LM es una representación simplificada del funcionamiento de una economía e intenta explicar la interrelación entre las principales variables macroeconómicas para, en base a ello, hacer predicciones sobre la evolución futura de las mismas.

El presente escrito tiene por finalidad complementar y profundizar el contenido de la bibliografía básica sugerida para la materia en lo referente al Modelo IS – LM el cual resume el comportamiento macroeconómico de un país.

En las mismas, se intenta dar una visión rigurosa a través del uso de herramienta algebraico sin perder de vista las visualizaciones geométricas y las interpretaciones económicas. La combinación de rigor y precisión junto a las gráficas e interpretaciones conceptuales, servirán al alumno para comprender con la más amplia profundidad y detalle uno de los temas más importantes de la Macroeconomía: el Modelo IS – LM. Vale aclarar que este escrito de ninguna manera intenta suplir el contenido de la bibliografía básica sugerida, sino por el contrario intenta complementar su contenido. Por este motivo las definiciones y conceptos introductorios son repasados muy velozmente motivo por el cual se recomienda haber leído previamente las secciones referidas en la bibliografía básica para el curso.

2.- La Función IS

Representa las distintas combinaciones de ingreso (Y) y tasa de interés (i) que mantienen en equilibrio el Mercado de Bienes.

Para deducir su fórmula apelamos a la definición de equilibrio en el mercado que establece que la oferta de bienes Y debe ser igual a la cantidad total demanda. En este caso a nivel macroeconómico la demanda de bienes esta conformada por el consumo (el cual es una función creciente del ingreso), la Inversión (que depende negativamente de la tasa de interés), el Gasto del Gobierno y la diferencia entre exportaciones e importaciones. Algebraicamente lo dicho anteriormente se puede escribir así:

$$Y = C + I + G + X - M$$

Un primer punto a notar en esta igualdad es que el segundo miembro de esta expresión representa a la demanda agregada de bienes y en consecuencia cada uno de sus términos se refieren a demanda de bienes por parte de los consumidores, demanda de bienes por parte de los inversores, demanda de bienes del Gobierno y demanda de bienes del Resto del Mundo.

En consecuencia de ello, el componente de Inversión no incorpora las variaciones de existencias como se lo hacia en las unidades previas de esta materia referentes al cálculo del Producto, pues dicho concepto representa "Demanda". Al estar hablando de demanda de inversión uno se esta refiriendo a las cantidad de bienes que los inversores "desean" invertir, por lo tanto las variaciones de existencia representan componentes no deseados, no planeados, los cuales no deben formar parte de la "Demanda de Inversión"

Como habíamos dicho el Modelo IS LM representa la realidad de una manera simplificada en donde el consumo viene dado por un función creciente del ingreso disponible:

$C = C_0 + c(Y-T)$, siendo C_0 el Consumo Autónomo, c la propensión marginal a consumir, Y el ingreso y T los Impuestos que se suponen constantes; la inversión se modela como una función decreciente de la tasa de interés:

$I = I_0 - b i$, donde I_0 es la Inversión Autónoma (que no depende de otras variables del Modelo) y b es la sensibilidad de la Demanda de Inversión a la tasa de interés y las importaciones se consideran proporcionales al nivel de ingreso de la Economía:

$M = m Y$, siendo m el valor de la propensión marginal a importar.

De la descripción anterior resulta la siguiente condición de equilibrio para el Mercado del Producto:

$$Y = C_0 + c(Y-T) + I_0 + bi + X - mY$$

Despejando el valor de Y se obtiene:

$$Y = \frac{C_0 - cT + I_0 + G + X}{1 - c + m} - \frac{b}{1 - c + m} i$$

Lo cual puede escribirse en forma mas compacta como:

$$Y = \frac{\overline{GA}}{1 - c + m} - \frac{b}{1 - c + m} i$$

Siendo \overline{GA} el Gasto Autónomo ($C_0 - cT + I_0 + G + X$)

Obsérvese que esta formula puede interpretarse como: Gasto autónomo por multiplicador menos reducción de la inversión debida a la tasa de interés junto con los efectos multiplicadores negativos que ocasiona.

Ahora bien, a la hora de graficar ésta función es útil representar a la tasa de interés en el eje de las ordenadas como variable dependiente y al Y como variable independiente. Para transformar la expresión anterior de la IS en una versión graficable, se debe despejar i en términos de Y con lo que resulta:

$$i = \frac{C_0 - cT + I_0 + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} Y$$

Observemos que la ordenada al origen viene dada por:

$$\frac{C_0 - cT + I_0 + G + X}{b}$$

Algebraicamente la ordena al origen es el valor de la variable dependiente cuando la variable independiente es cero. Conceptualmente esto significa el valor de la tasa de interés que hace cero el ingreso de la Economía.

Mientras que la abcisa al origen, la cual es el valor de la variable independiente (Y) para el cual se obtiene un valor de cero de la variable dependiente (i), puede calcularse igualando a cero la tasa de interés en la fórmula de la IS y despejando el valor del ingreso. Algebraicamente este resultado es:

$$i = \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} Y$$

$$0 = \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} Y$$

$$Y = \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{1 - c + m}$$

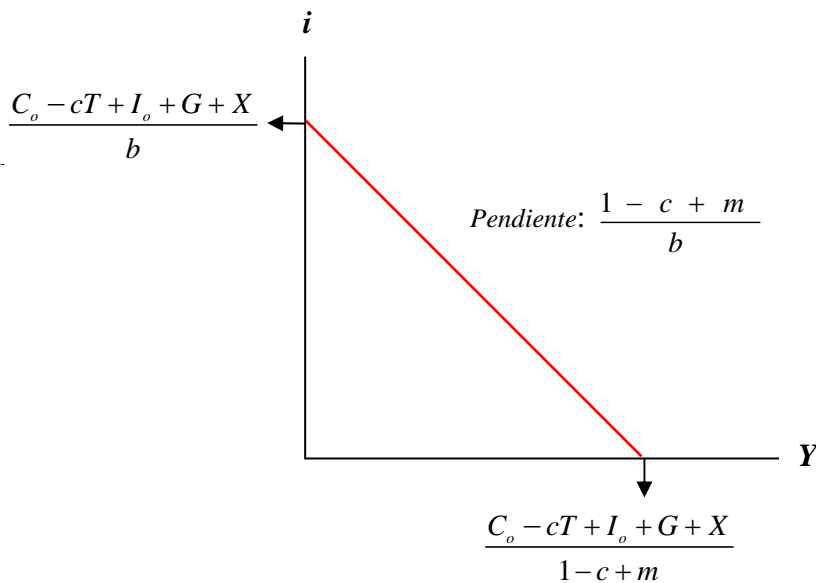
Obsérvese que este valor no es otra cosa más que el nivel de ingreso de Equilibrio del Modelo Keynesiano Simple visto en secciones anteriores el cual es un modelo donde la inversión no depende del nivel de la tasa de interés.

Y el coeficiente de inclinación de la recta esta dado por:

$$\frac{1 - c + m}{b}$$

el cual conceptualmente puede interpretarse como la reducción necesaria en la tasa de interés para incrementar en una unidad el ingreso total de la economía. Obsérvese que la reducción necesaria en la tasa de interés tiene en cuenta el efecto multiplicador del gasto, en ese caso Gasto de Inversión, sobre el resto de la Economía. Es decir se tienen en cuenta no solo el hecho de que una reducción de la tasa de interés incrementa la inversión sino que también ese aumento de la inversión genera un efecto expansivo a través del multiplicador del ingreso.

Podemos ahora resumir toda esa información algebraica en el siguiente gráfico



Habiendo comprendido las propiedades geométricas y algebraicas de la Función IS como así también sus respectivas interpretaciones conceptuales en términos de su significado económico, estamos ahora en condiciones de analizar como se modifica esta gráfica ante cambio en algunos de los parámetros que la conforman. Para llevar a cabo éste análisis nos valdremos de las fórmulas analíticas para ganar precisión en el análisis, utilizaremos el instrumental geométrico para ayudar a comprender los resultados obtenidos y fundamentalmente interpretaremos cada paso y resultado en

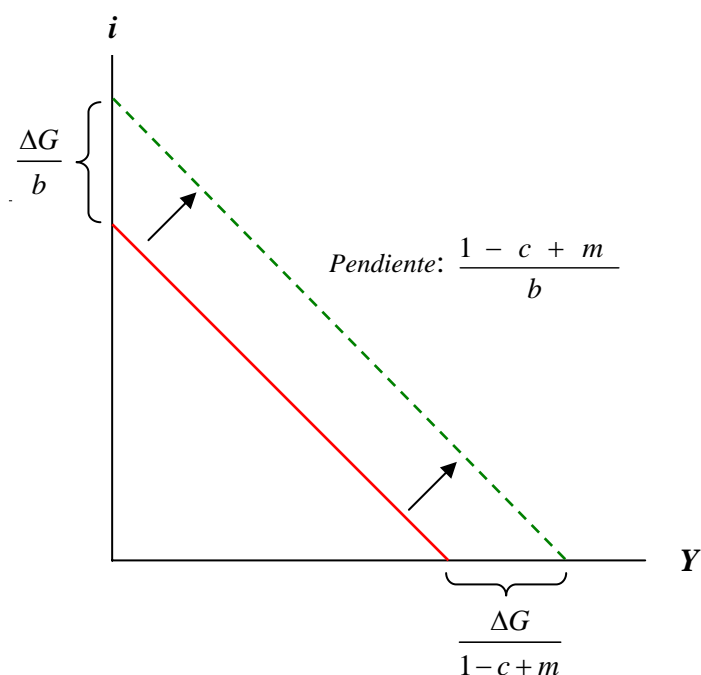
términos de conceptos económicos a los efectos de ganar agilidad e intuición a la hora de resolver ejercicios de análisis de esta naturaleza. Obsérvese que para efectuar éste análisis nos valdremos de un triple enfoque Algebraico, Geométrico y Conceptual-Económico. Cada uno de ellos posee cierta ventaja por ejemplo el enfoque algebraico es el más preciso aunque es mas difícil de interpretar, el geométrico es el lenguaje que mas ayuda a entender el análisis y el conceptual es el que nos da la respuesta de porque sucede lo que sucede en términos de conceptos económicos, siendo por lo tanto el mas rápido en relación a los demás pero también el mas impreciso. Todos los enfoques deben coincidir en los resultados que arrojan.

Aumento en el Nivel del Gasto del Gobierno (G):

Observando las fórmulas vistas anteriormente se puede fácilmente concluir que la pendiente de la función no cambia mientras que si lo hacen la ordena y la abcisa al origen. En consecuencia podemos deducir que la curva IS se desplaza paralelamente hacia la derecha.

Conceptualmente esto significa que en relación a la situación original (previa al aumento de G), ahora se necesitan, a cada nivel de tasa de interés, un mayor ingreso para equilibrar el mercado de bienes o alternatively a cada nivel de ingreso se necesita una tasa de interés mayor. Esto es así porque al aumentar G aumenta la demanda de bienes de toda la economía generándose un exceso de Demanda, en consecuencia para equilibrar el mercado se requiere o bien aumentar la producción total, o bien reducir la demanda agregada a través de la inversión vía aumentos en la tasa de interés.

Geométricamente en efecto del aumento en G sobre la IS se marca en color verde:

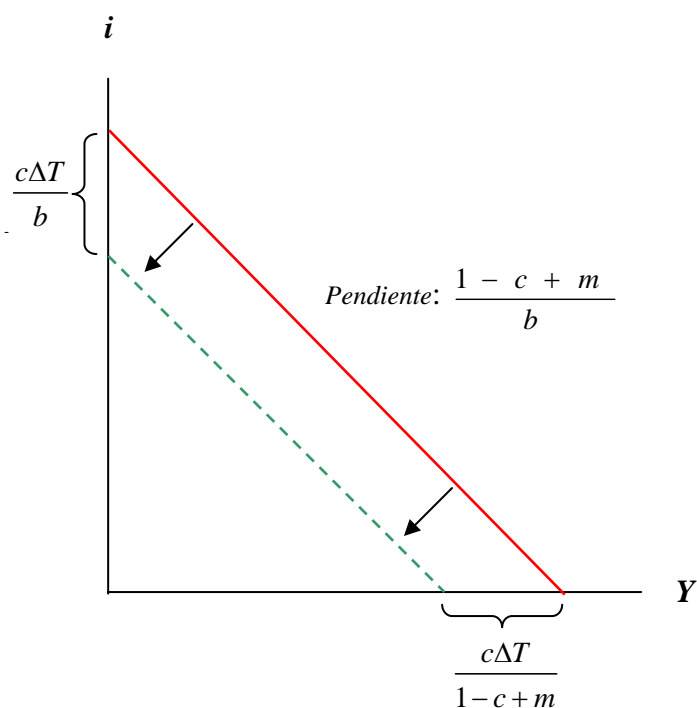


Aumento en el Nivel de Impuestos Autónomos (T):

De manera similar al caso anterior, de las fórmulas vistas anteriormente se puede fácilmente concluir que la pendiente de la función no cambia mientras que si lo hacen la ordena y la abcisa al origen. En consecuencia deducimos que la curva IS se desplaza paralelamente pero esta vez hacia la izquierda.

Conceptualmente esto significa que en relación a la situación original (previa al aumento de T), ahora se necesitan, a cada nivel de tasa de interés, un menor ingreso para equilibrar el mercado de bienes o alternatively a cada nivel de ingreso se necesita una tasa de interés menor. Esto es así porque al aumentar T se reduce la demanda de bienes de toda la economía generándose un exceso de Oferta, en consecuencia para equilibrar el mercado se requiere o bien reducir la producción total, o bien aumentar la demanda agregada a través de la inversión vía reducciones en la tasa de interés.

Geoméricamente en efecto del aumento en G sobre la IS se marca en color verde:



Aumento en Otros componentes autónomos: Consumo Autónomo (Co), Inversión Autónoma (Io) o Exportaciones (X):

Producen idénticos resultados que para el caso analizado de aumento en el Gasto del Gobierno (G)

Aumento en la Propensión Marginal a Consumir (c):

Recordando la fórmula la pendiente de la IS:

$$\frac{1 - c + m}{b}$$

Puede observarse que un aumento en c ocasiona una reducción del numerador del coeficiente de inclinación de la recta. En consecuencia ante un aumento en la Propensión Marginal a Consumir la nueva IS será más aplanada.

Por otro lado considerando las fórmulas de la ordenada y abscisa al origen:

$$\frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b}$$

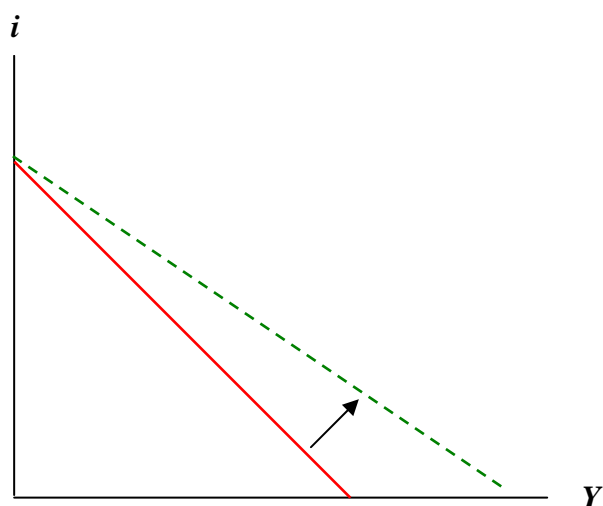
$$\frac{C_o - cT + I_o + G + X}{1 - c + m}$$

De las mismas podemos deducir lo siguiente:

Ordenada al origen: el aumento en c produce una reducción en la ordenada al origen, pues disminuye el numerador. Sin embargo en el caso en que los impuestos Autónomos no existan o sean muy pequeños este efecto sobre la ordenada al origen se puede considerar despreciable y eliminarlo del análisis.

Abcisa al origen: el incremento en c genera una reducción en el denominador por lo que se aumenta en la abcisa al origen. Adicionalmente el aumento en c ocasionará una caída del denominador a través de T , pero haciendo la misma consideración que en el caso anterior podemos despreciar ese efecto y concluir simplemente que la abcisa al origen aumentará.

En resumen el incremento en la propensión Marginal a consumir produce un desplazamiento a la derecha de la Función IS pero dicho desplazamiento no es paralelo si no que además es acompañado en un mayor aplanamiento de la función. En el caso que no existan impuestos Autónomos, la función IS sólo rotará hacia fuera manteniendo fija su ordenada al origen. La siguiente gráfica resume lo dicho anteriormente:



Observando la gráfica construida en base al análisis anterior se puede dilucidar que a medida que disminuye la tasa de interés la IS se desplaza más y más a la derecha. La explicación conceptual de tal fenómeno es la siguiente: a medida que se va reduciendo la tasa de interés la demanda de inversión va aumentando más y más acompañada de los efectos multiplicativos del gasto. Ahora bien, dado que ha aumentado el valor de la Propensión Marginal a Consumir aumenta también el valor del multiplicador del gasto, por lo que cuando mayores sean los gastos en inversión mayor será la expansión del ingreso vía multiplicador y eso se dará a medida que menor sea la tasa de interés.

Aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Inversión a la Tasa de Interés (b):

Recordando la fórmula la pendiente de la IS:

$$\frac{1 - c + m}{b}$$

Puede observarse que un aumento en b ocasiona un aumento del denominador del coeficiente de inclinación de la recta. En consecuencia ante un aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Inversión a la Tasa de Interés la nueva IS será más aplanada.

Por otro lado considerando las fórmulas de la ordena y abcisa al origen:

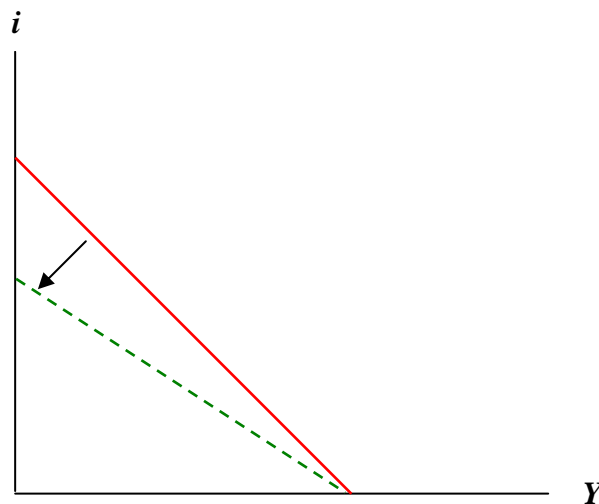
$$\frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} \qquad \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{1 - c + m}$$

De las mismas podemos deducir lo siguiente:

Ordenada al origen: el aumento en b produce una reducción en la ordenada al origen, pues aumenta el denominador.

Abcisa al origen: no se modifica.

En resumen el incremento en la Sensibilidad de la Demanda de Inversión a la Tasa de Interés produce un desplazamiento a la izquierda de la Función IS pero dicho desplazamiento no es paralelo si no que además es acompañado en un mayor aplanamiento de la función. En otras palabras la IS rotará hacia fuera manteniendo fija su abcisa al origen. La siguiente gráfica resume lo dicho anteriormente:



Observando la gráfica construida en base al análisis anterior se puede dilucidar que a medida que aumenta la tasa de interés la IS se desplaza más y más a la izquierda. La explicación conceptual de tal fenómeno es la siguiente: dado que b mide la reducción en la demanda de inversión por cada unidad de aumento en la tasa de interés, un aumento en b implicará una reducción mayor de la inversión. En consecuencia para equilibrar el mercado de bienes se requiere reducir la demanda de bienes ocasionando un contracción del ingreso de equilibrio, contracción que será mayor a medida que se incrementa la tasa de interés.

Aumento en la Propensión Marginal a Importar (m):

Recordando la fórmula la pendiente de la IS:

$$\frac{1 - c + m}{b}$$

Puede observarse que un aumento en m ocasiona un aumento del numerador del coeficiente de inclinación de la recta. En consecuencia ante un aumento en la Propensión Marginal a Importar la nueva IS será más inclinada. Por otro lado considerando las fórmulas de la ordenada y abcisa al origen:

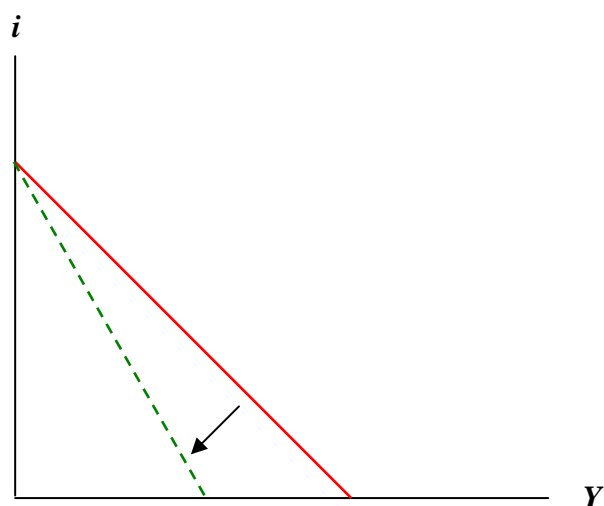
$$\frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} \qquad \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{1 - c + m}$$

De las mismas podemos deducir lo siguiente:

Ordenada al origen: sin cambio.

Abcisa al origen: al aumentar m aumenta el denominador con lo cual la abcisa al origen se contrae.

En resumen el incremento en la Propensión Marginal a Importar produce un desplazamiento a la izquierda de la Función IS pero dicho desplazamiento no es paralelo si no que además es acompañado en una mayor inclinación de la función. En otras palabras la IS rotará hacia adentro manteniendo fija su ordenada al origen. La siguiente gráfica resume lo dicho anteriormente:



Observando la gráfica construida en base al análisis anterior se puede dilucidar que a medida que disminuye la tasa de interés la IS se desplaza más y más a la izquierda. La explicación conceptual de tal fenómeno es la siguiente: a medida que se va reduciendo la tasa de interés la demanda de inversión va aumentando más y más acompañada de los efectos multiplicativos del gasto. Ahora bien, dado que ha aumentado el valor de la Propensión Marginal a Importar se reduce el valor del multiplicador del gasto, por lo que cuando mayores sean los gastos en inversión mayor será la contracción del ingreso vía multiplicador y eso se dará a medida que menor sea la tasa de interés.

3.- La Función LM

La curva LM se define como el conjunto de tasa de interés e Ingreso que mantienen en equilibrio el Mercado Monetario

Para deducir su representación algebraica apelamos a la definición de equilibrio en el Mercado Monetario que establece que la Oferta de Dinero debe ser igual a la Demanda de Dinero. Ahora bien, acorde a lo visto en unidades previas la demanda de dinero depende del nivel de ingreso y de la tasa de interés como sigue:

$$\frac{M^d}{P} = L_y Y - L_r i$$

Mientras que la oferta de dinero se supone que es independiente de la tasa de interés y del ingreso. Esta conformada por el producto entre la Base Monetaria y el multiplicador monetario:

$$\frac{M^s}{P} = \frac{\bar{M}}{P} = \frac{M_0}{P} \frac{e+1}{e+r}$$

De lo dicho anteriormente podemos derivar la ecuación de la LM de la condición de equilibrio entre Oferta y Demanda de Dinero:

$$\frac{M^s}{P} = \frac{M^d}{P}$$

$$\frac{\bar{M}}{P} = L_y Y - L_r i$$

De donde despejando el valor de i , resulta:

$$i = -\frac{\bar{M}/P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y$$

La cual es la fórmula de la LM que necesitamos.

En base a ella podemos ver que la LM es una función lineal del Ingreso en donde su ordenada al origen viene dada por:

$$-\frac{\bar{M}/P}{L_r}$$

Y su pendiente, la cual es positiva, es:

$$\frac{L_y}{L_r}$$

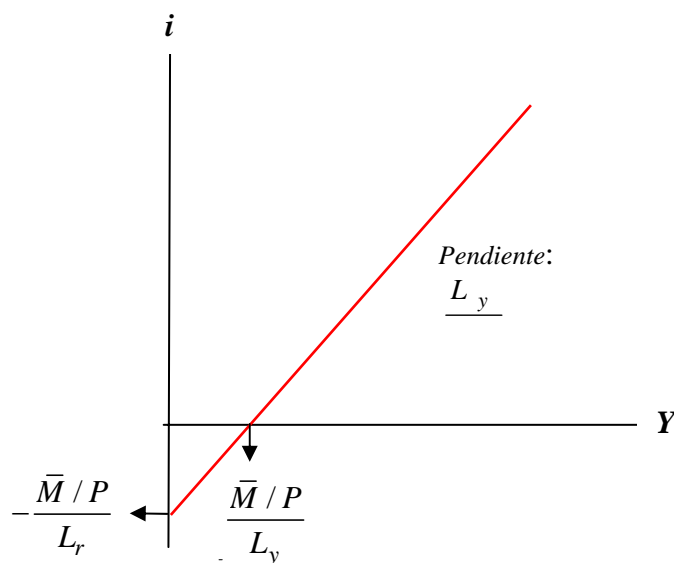
Mientras que la abcisa al origen, la cual es el valor de la variable independiente (Y) para el cual se obtiene un valor de cero de la variable dependiente (i), puede calcularse igualando a cero la tasa de interés en la fórmula de la LM y despejando el valor del ingreso. Algebraicamente este resultado es:

$$i = -\frac{M/P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y$$

$$0 = -\frac{M/P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y$$

$$Y = \frac{M/P}{L_y}$$

Podemos ahora resumir toda esa información algebraica en el siguiente gráfico



Habiendo deducido las fórmulas analíticas correspondientes a la ordenada origen, a la pendiente y la abscisa al origen de la LM, estamos en condiciones de estudiar las modificaciones que se producen en las gráficas de la función ante cambio en algunos de sus parámetros.

Aumento en la Oferta Monetaria (M/P)

A la hora de hablar de incrementos en la Oferta Monetaria hay que tener en cuenta que esta puede provenir por cualquiera de los siguientes factores:

- 1.- Aumento en la Base Monetaria, ya que la oferta monetaria es la base por el multiplicador
- 2.- Reducción del coeficiente de reservas legales, ya que de esta manera los bancos comerciales podrán ofrecer una proporción mayor de sus depósitos como préstamos con lo cual aumentan los efectos multiplicadores de dinero secundario deparando esto en un aumento en la Oferta Monetaria
- 3.- Reducción en la relación efectivo depósitos, debido a que si el público desea conservar una proporción menor de efectivo en sus manos y en consecuencia destina una proporción mayor a sus depósitos, indirectamente aumenta la creación de dinero secundario con lo cual el multiplicador y la Oferta Monetaria aumentan.

Lo dicho anteriormente en términos conceptuales puede verificarse mediante la inspección de la fórmula de la Oferta en monetaria y los componentes del multiplicador:

$$\frac{\bar{M}}{P} = \frac{M_0}{P} \frac{e+1}{e+r}$$

De la misma claramente resulta que aumentos en M_0 y reducciones en r incrementan la Oferta Monetaria. En cuanto al coeficiente e , la relación es más complicada de ver, ya que una reducción de e , reduce no solo en numerador si no también el denominador. Sin embargo si tenemos en cuenta r es un valor comprendido entre 0 y 1, una reducción en e reducirá el denominador en una proporción mayor que lo que se reduce el numerador, en consecuencia una caída en e aumenta la Oferta Monetaria vía aumentos en el multiplicador.

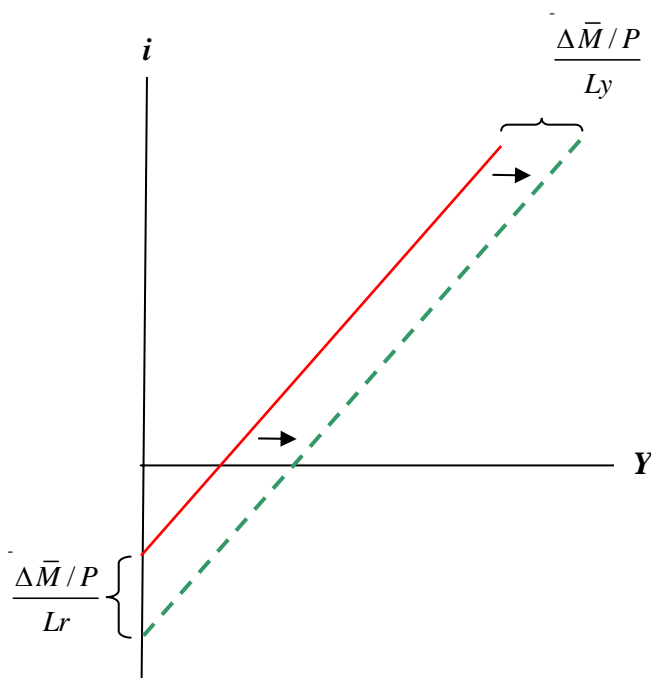
Dejando de lado las causas que producen un aumento de la Oferta Monetaria nos centraremos ahora en los cambios que introduce en su gráfica tal modificación.

Pendiente: $\frac{L_y}{L_r}$ no se modifica ante el aumento en M/P

Ordenada al origen: $-\frac{\bar{M}/P}{L_r}$ se reduce ante aumento en M/P ya que por el signo que menos que acompaña la expresión, ésta toma un valor más negativo que antes.

Abcisa al origen: $\frac{M/P}{L_y}$ aumenta ante un incremento de M/P

El análisis anterior nos permite concluir que como consecuencia del aumento en M/P , la LM se desplaza paralelamente hacia la derecha acorde lo indica la siguiente gráfica:



El aumento en la Oferta Monetaria genera a cada tasa de interés inicial de equilibrio un exceso de Oferta en el Mercado de Dinero, en consecuencia para cada tasa de interés

se requerirá ahora un mayor nivel de ingreso para incrementar la demanda monetaria y eliminar así el desequilibrio. Alternativamente a cada nivel de Ingreso se requerirá ahora una menor tasa de interés para aumentar la demanda de dinero y eliminar el exceso de Oferta. Este argumento va en línea con lo analizado anteriormente en términos algebraicos y geométricos los cuales indicaban el desplazamiento hacia la derecha de la curva LM.

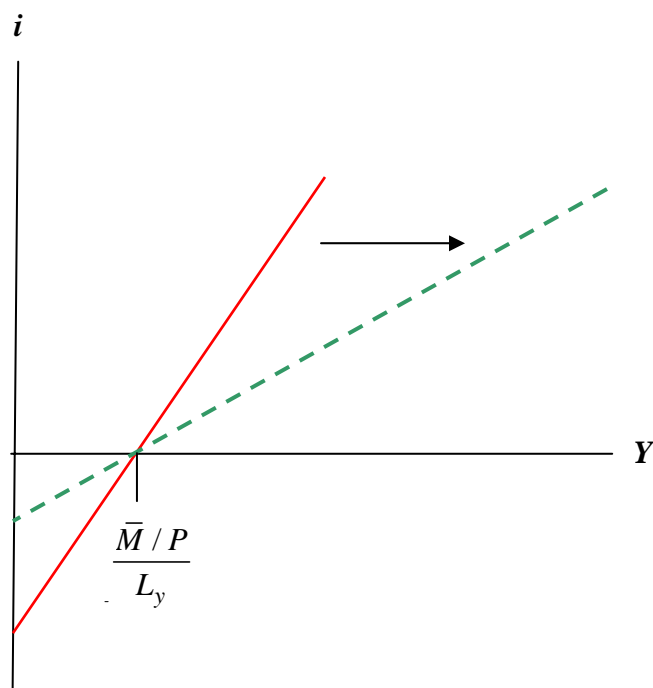
Aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero a la Tasa De Interés (Lr)

Pendiente: $\frac{L_y}{L_r}$ disminuye al aumentar Lr.

Ordenada al origen: $-\frac{\bar{M}/P}{L_r}$ aumenta ya que ante la presencia del signo menos, un aumento en Lr incrementa el denominador haciendo que la ordenada al origen tome un valor menos negativo que antes.

Abcisa al origen: $\frac{M/P}{L_y}$ sin cambios.

El análisis anterior nos permite concluir que como consecuencia del aumento en Lr, la LM se desplaza hacia la derecha acorde pero de una manera no paralela sino que rota manteniendo fija su abcisa al origen. La siguiente gráfica resume lo dicho anteriormente:



Conceptualmente, un aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero a la tasa de interés (Lr), ocasiona en el Mercado de Dinero un exceso de Oferta de Dinero a los valores de i e Y originales de equilibrio. En consecuencia, para restablecer el equilibrio se requieren a cada nivel de tasas de interés originales un nivel de ingreso mayor con el fin de incrementar la demanda o bien a cada nivel de ingreso una tasa de interés menor que aumente la demanda de Dinero. Esta explicación conceptual indica que la

LM debe desplazarse a la derecha ante aumento en L_r , conclusión que está en línea con lo analizado anteriormente desde un punto de vista algebraico.

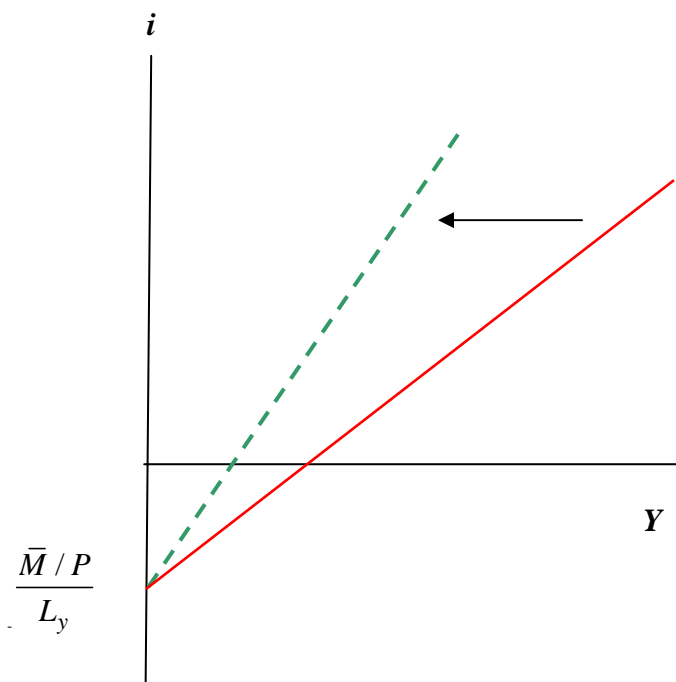
Aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero al Ingreso (L_y)

Pendiente: $\frac{L_y}{L_r}$ aumenta la pendiente ante aumentos de L_y .

Ordenada al origen: $-\frac{\bar{M}/P}{L_r}$ no se modifica.

Abcisa al origen: $\frac{M/P}{L_y}$ se reduce al incrementarse L_y

El análisis anterior nos permite concluir que como consecuencia del aumento en L_y , la LM se desplaza hacia la izquierda pero de una manera no paralela. En otras palabras la LM rota hacia a la izquierda modificando su abcisa al origen pero manteniendo fijo su ordenada al origen. La gráfica que sigue muestra el efecto de incrementos en L_y sobre la LM:



Conceptualmente, un aumento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero al Ingreso (L_y), ocasiona en el Mercado de Dinero un exceso de Demanda de Dinero a los valores de i e Y originales de equilibrio. En consecuencia, para restablecer el equilibrio se requieren a cada nivel de tasas de interés originales un nivel de ingreso menor con el fin de reducir la demanda o bien a cada nivel de ingreso una tasa de interés mayor que reduzca la demanda de Dinero. Esta explicación conceptual indica que la LM debe desplazarse a la izquierda ante aumento en L_y , conclusión que está en línea con lo analizado anteriormente desde un punto de vista algebraico.

4.- Equilibrio Simultáneo del Mercado de Bienes y de Dinero: determinación de los valores de equilibrio de las variables relevantes en una Economía

Hasta el momento hemos visto el equilibrio en los Mercados de Bienes resumido en la curva IS y por otro lado el equilibrio en el Mercado de Dinero resumido en la curva LM. En esta sección, determinaremos el equilibrio simultáneo de ambos mercados encontrando el nivel de ingreso y tasa de interés que equilibra al mismo tiempo todos los mercados.

Para lograr lo anterior recordemos que:

La curva IS representa las distintas combinaciones de ingreso (Y) y tasa de interés (i) que mantienen en equilibrio el Mercado de Bienes siendo su expresión analítica: ^

$$i = \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} Y$$

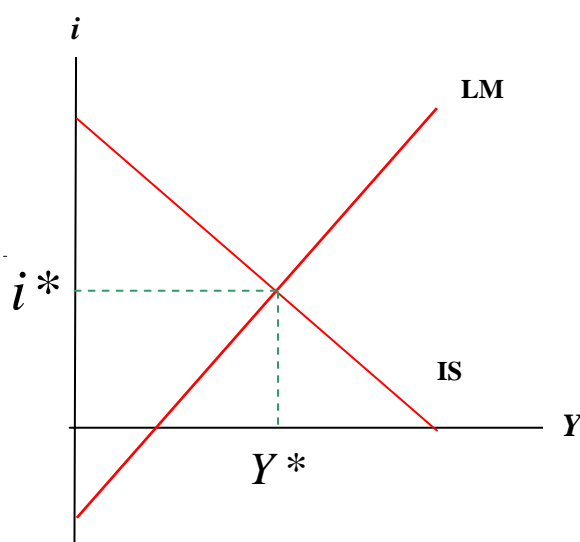
Por otro lado la curva LM se define como el conjunto de tasa de interés e Ingreso que mantienen en equilibrio el Mercado Monetario y su fórmula algebraica es:

$$i = -\frac{\bar{M} / P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y$$

Ahora bien para hallar las combinaciones de tasas de interés que equilibran simultáneamente ambos mercados se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales en dos incógnitas (Y e i):

$$\begin{cases} i = \frac{C_o - cT + I_o + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} Y \\ i = -\frac{\bar{M} / P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y \end{cases}$$

El mismo sistema puede interpretarse geométrica como hallar las coordenadas del punto en donde ambas rectas se cortan como lo indica el siguiente gráfico:



Resolviendo el sistema de ecuaciones descrito anteriormente se obtienen las coordenadas Y e i buscadas en el gráfico:

$$Y^* = \frac{\overline{GA} + \frac{\overline{M}}{P} \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$i^* = \frac{\frac{\overline{GA}}{L_r} \frac{L_y}{L_r} - \frac{\overline{M}}{P} \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

donde:

$$\overline{GA} = C_o - cT + I_o + G + X - M$$

Dichas expresiones entregan las fórmulas para hallar los valores de tasa de ingreso y tasa de interés de equilibrio simultáneo de los Mercados de Bienes y Dinero, los cuales describen de una manera general y simplificada el funcionamiento de una economía.

Sólo a esos valores de ingreso y tasa de interés se obtienen equilibrios en ambos mercados. A cualquier otro par de tasas e ingreso se produce un exceso de oferta o demanda en uno o ambos mercados.

A simple vista pareciera que las fórmulas presentadas anteriormente resultaren difícil de comprender, sin embargo a medida que analicemos con detalle el equilibrio simultáneo de la economía junto a sus modificaciones ante variaciones en los parámetros, veremos que las mismas guardan cierta lógica en intuición económica. Al finalizar los análisis siguientes el lector podrá comprender el porqué de tales expresiones.

Efectos sobre las principales variables de una economía ante modificaciones en los parámetros del modelo IS LM

En secciones anteriores vimos cómo modificaciones en los parámetros alteraban la pendiente y/o ordenada y abcisa al origen sobre las curvas IS y LM. A continuación veremos como tales cambios impactan sobre los valores de ingreso y tasa de interés de equilibrio simultáneo de todos los mercados.

Antes, cabe hacer una distinción en los tipos de parámetros que pueden alterarse en el modelo. Por un lado encontramos los parámetros denominados instrumentos de Política Económica como lo serán la Política Fiscal (representadas por cambios en G) y la Política Monetaria (cambios en M/P). El resto de los parámetros son los parámetros propiamente dichos que no pueden ser alterados por las Políticas del Gobierno, al menos de manera directa. Analizaremos cada uno de ellos desde un triple punto de vista: geométrico, algebraico y conceptual-económico.

Efectos de la Política Fiscal Expansiva: Incremento Gasto Público, sobre las principales variables macroeconómicas

A los efectos de comprender los efectos de la Política Fiscal bajo un Modelo IS-LM, haremos primero una comparación con el Modelo Keynesiano Simple visto en unidades anteriores.

En dicho modelo, un incremento en el Gasto Público aumentaba la Demanda Agregada generando un exceso de Demanda. Los productores experimentaban una reducción indeseada en sus stock de bienes lo que los motorizaba a incrementar la producción. Dicho incremento productivo se ve acompañado en mayores remuneraciones a los factores productivos lo que deparaba en un mayor consumo ante el mayor ingreso disponible de las familias. Nuevamente este incremento en el consumo genera aumentos y excesos de demanda los que se eliminan incrementando el ingreso una vez más. Este proceso, denominado **“efecto multiplicador del Gasto”**, continúa indefinidamente convergiendo al valor del comúnmente llamado **multiplicador keynesiano simple del Gasto**, cuya expresión es la siguiente:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m}$$

En un Modelo IS-LM a diferencia del Modelo Keynesiano Simple, un incremento del Gasto crea un exceso de demanda en el mercado del producto el cual se equilibra con un aumento del Ingreso. Dicho aumento genera efectos multiplicadores a través del consumo inducido pero además, y a diferencia del anterior, el incremento del ingreso se transmite ahora al Mercado de Dinero mediante un incremento en la Demanda de Dinero por motivo transacción (al haber mayores ingresos se realizan mayores transacciones monetarias por lo que los agentes demandan mayor cantidad de dinero) generando así un Exceso de Demanda en dicho mercado. Para equilibrar el mismo se requiere una suba en la tasa de interés, pero dicha suba se retransmitirá ahora al mercado de bienes, a través de la dependencia negativa de la Demanda de Inversión, con lo cual ésta última se reducirá generando ahora un exceso de Oferta. El exceso de Oferta se eliminará solamente si el nivel de ingreso se reduce, por o tanto se contrarresta el incremento inicial debido al gasto y al multiplicador inicial. En otras palabras en un modelo IS – LM un incremento del Gasto genera un incremento en el ingreso menor que en el Modelo Keynesiano Simple.

Para comprobar lo dicho anteriormente en términos conceptuales y darle una mayor precisión apelaremos a deducir la fórmula del **“Multiplicador del Gasto en el Modelo IS – LM”**.

De la fórmula del Nivel de Ingreso de Equilibrio fácilmente se puede deducir la siguiente expresión de variación en el ingreso ante variaciones en Gasto Público.

$$\Delta Y_{IS-LM} = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} < \frac{\Delta G}{1 - c + m} = \Delta Y_{MKS}$$

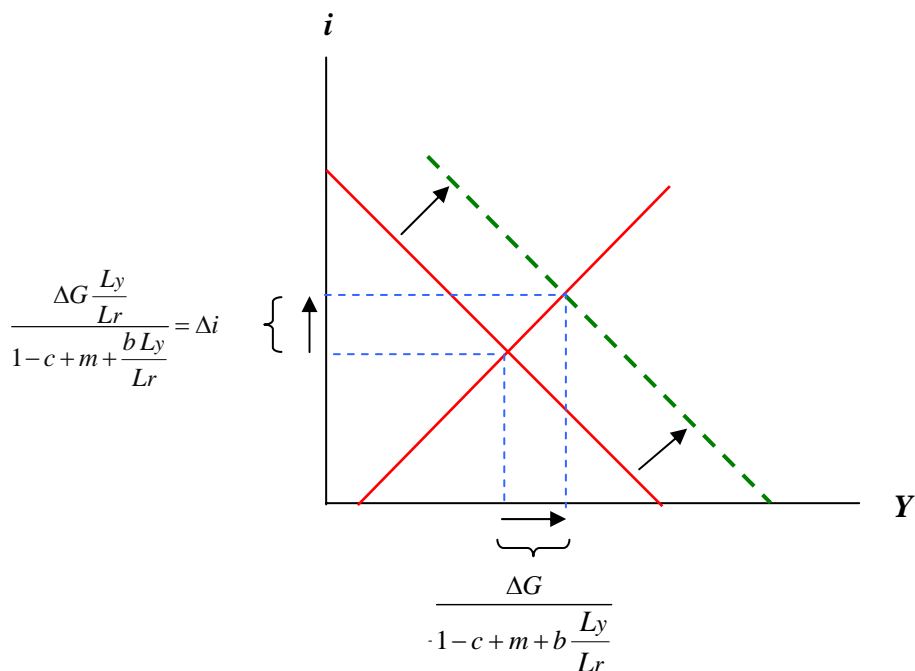
En la misma se puede observar lo siguiente:

1.- El multiplicador del Modelo IS – LM es menor al del Modelo Keynesiano Simple (MKS), ya que el nuevo denominador es mayor que el de éste último al contener el término $\frac{b L_y}{L_r}$ que es positivo.

2.- El término $\frac{b L_y}{L_r}$ indica la reducción en el multiplicador debida a la disminución de la inversión ocasionada por el aumento de la tasa de interés¹.

¹ Recordemos que ésta última subió para eliminar el exceso de demanda de dinero ocasionado por el incremento inicial del Ingreso ante el aumento de G.

En términos geométricos para analizar los efectos de la Política Fiscal partimos de una situación de equilibrio original, determinada por la intersección de la IS con la LM ambas en color rojo. El incremento de G desplaza la IS roja hacia la derecha (IS verde) mientras que la LM permanece inalterada, determinando así una nueva intersección de equilibrio. En el nuevo equilibrio el nivel de ingresos es mayor que antes al igual que la nueva tasa de interés de equilibrio. En el siguiente gráfico se muestra lo dicho previamente junto a las variaciones que experimentan el ingreso y la tasa de interés:



Analicemos ahora los efectos sobre las demás variables de la economía producidos por el incremento de G. Como habíamos dicho anteriormente el nivel de ingresos aumenta al igual que la tasa de interés. Al aumentar el ingreso aumentará el Consumo, el cual depende positivamente del ingreso por medio de su fórmula:
 $C = C_o + c(Y - T)$.

En cuanto a la inversión, cuya expresión algebraica es:

$$I = I_o - b i$$

Experimentará una reducción por el incremento de la tasa de interés en relación al equilibrio original.

Las importaciones dadas por:

$$M = m Y ,$$

Aumentarán reduciéndose así el saldo de la Balanza Comercial (Exportaciones menos Importaciones).

El Gasto Público aumentó como lo habíamos supuesto y el resto de las variables, impuestos autónomos (T) y exportaciones (X), permanecen sin cambio.

Efectividad de la Política Fiscal:

Recordemos la expresión del multiplicador del Gasto en el modelo IS – LM:

$$\Delta Y_{IS-LM} = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

De donde puede verse que mientras menor sea el término $\frac{b L_y}{L_r}$ menor será el denominador y mas grande el valor del multiplicador. Ese término será menor mientras menor sean b y L_y y más grande sea L_r . Analicemos conceptualmente el significado y la interpretación derivados del anterior razonamiento algebraico:

Primero: dado que b es la fuerza con la que reacciona negativamente la inversión ante aumentos en al tasa de interés, mientras mas pequeño sea ese coeficiente mayor será el multiplicador y la efectividad de la Política Fiscal.

Segundo: el coeficiente L_y indica cuanto aumenta la Demanda de Dinero ante aumentos en el nivel de Ingresos. Mientras mayor sea ese parámetro mayor será el exceso de Demanda de Dinero que se genere ante el aumento del ingreso propulsando a un nuevo equilibrio con mayores tasa de interés. Así mientras mas grande sea L_y menor será el multiplicador.

Tercero: el parámetro L_r indica en cuanto se reduce la Demanda de Dinero ante aumentos en la tasa de interés. En consecuencia, al haberse generado un exceso de Demanda de Dinero vía aumentos en Y, menor será el incremento necesario en la tasa de interés para eliminar dicho exceso mientras más grande sea L_r . En otras palabras valores mayores de L_r harán que la Política Fiscal sea mas efectiva sobre ingreso.

Desde un punto de vista geométrico puede verificar el lector que mientras mas aplanada (menor pendiente) sea la LM mas efectiva será la Política Fiscal. Esto último va en línea con las dos últimas explicaciones anteriores. De manera similar una IS más inclinada hará a la Política Fiscal más efectiva en el sentido que mayor será el incremento del ingreso, lo cual coincide con la explicación que valores menos de b.

Efectos de la Política Fiscal Contractiva: Incremento en Impuestos Autónomos, sobre las principales variables macroeconómicas

Un incremento en los impuestos Autónomos, ΔT , ocasiona una reducción del Ingreso Disponible para las Familias con lo que el Consumo disminuirá en $c \Delta T$. Dicha reducción del Consumo produce un exceso de Oferta que se elimina con una caída en el nivel de Ingreso. En consecuencia los efectos multiplicadores de un incremento de T vendrán dado por la siguiente fórmula:

$$\Delta Y_{IS-LM} = - \frac{c \Delta T}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

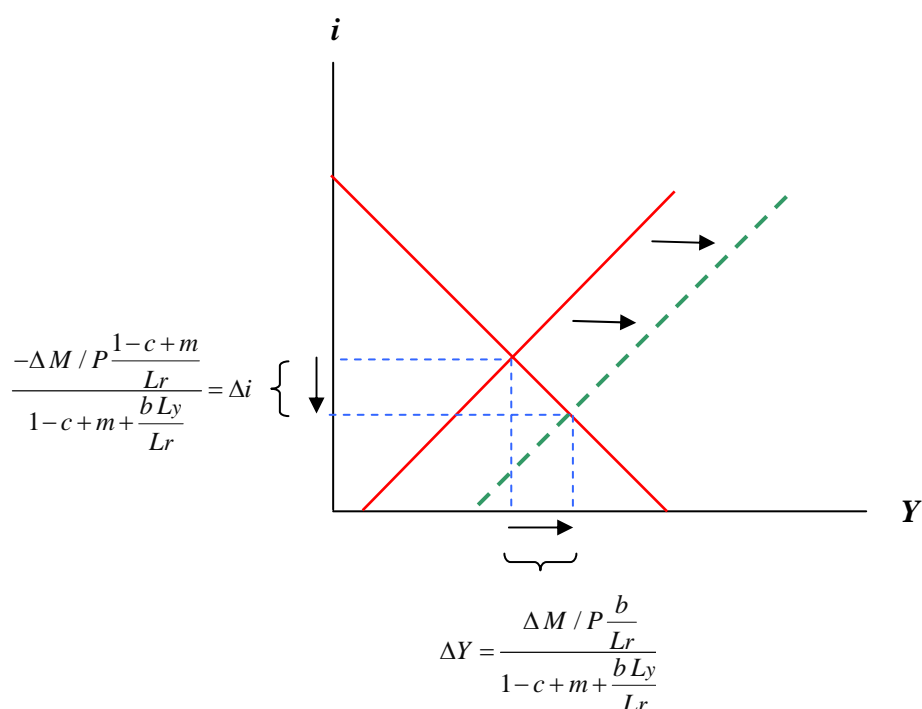
Observe el lector que los efectos sobre el ingreso son negativos. Geométricamente podemos ver los efectos en el siguiente gráfico:

En términos algebraicos podemos deducir empleando la expresión del Ingreso de Equilibrio Simultáneo que el “**Multiplicador de la Política Monetaria**” viene dado por:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta \left(\frac{\bar{M}}{P} \right)} = \frac{\frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

En la misma, que indica el incremento en ingreso de equilibrio por unidad de incremento en la Oferta Monetaria, se puede inspeccionar que mientras mayor sea el numerador b/L_r mayor será el Multiplicador de la Política Monetaria³.

En términos geométricos para analizar los efectos de la Política Monetaria partimos de una situación de equilibrio original, determinada por la intersección de la IS con la LM ambas en color rojo. El incremento de M/P desplaza la LM roja hacia la derecha (LM verde) mientras que ahora la IS permanece inalterada, determinando así una nueva intersección de equilibrio. En el nuevo equilibrio el nivel de ingresos es mayor que antes al igual que la nueva tasa de interés de equilibrio. En el siguiente gráfico se muestra lo dicho previamente junto a las variaciones que experimentan el ingreso y la tasa de interés:



Analicemos ahora los efectos sobre las demás variables de la economía producidos por el incremento de M/P . Como habíamos dicho anteriormente el nivel de ingresos aumenta junto con una caída en la tasa de interés. Al aumentar el ingreso aumentará el Consumo, el cual depende positivamente del ingreso por medio de su fórmula:

³ Si bien tanto el numerador como el denominador aumentan al aumentar b/L_r , un incremento de éste afectará proporcionalmente más al numerador que al denominador por lo que en definitiva el multiplicador aumenta.

$$C = C_o + c(Y - T).$$

En cuanto a la inversión que depende negativamente de la tasa de interés y cuya expresión algebraica es:

$$I = I_o - b i$$

experimentará un incremento fomentado por la reducción de la tasa de interés en relación al equilibrio original.

Las importaciones dadas por:

$$M = mY,$$

Aumentarán reduciéndose así el saldo de la Balanza Comercial (Exportaciones menos Importaciones).

El resto de las variables Gasto del Gobierno (G), impuestos autónomos (T) y exportaciones (X), permanecen sin cambio.

Efectividad de la Política Monetaria:

Recordemos la expresión del multiplicador de la Política Monetaria en el modelo IS – LM:

$$\Delta Y_{IS-LM} = \frac{\Delta(M/P) \frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

De donde puede verse que mientras mayor sea el numerador $\frac{b L_y}{Lr}$ más grande el

valor del multiplicador. A su vez dicho término será mayor mientras mayor sea b y menor sea Lr. Analicemos conceptualmente el significado y la interpretación derivados del anterior razonamiento algebraico:

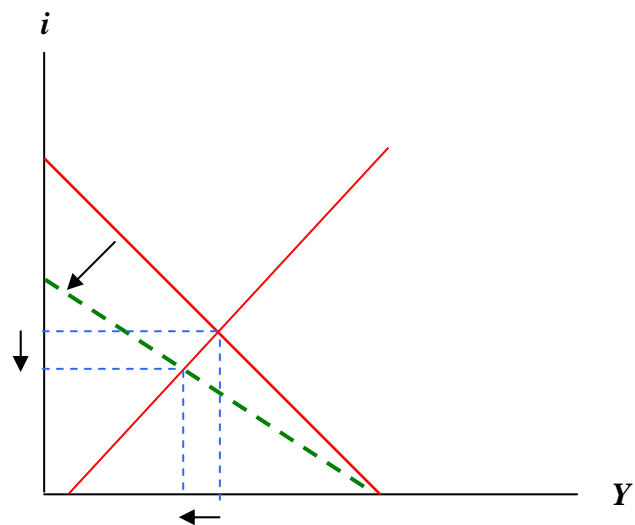
Primero: Dado que el parámetro Lr indica en cuanto aumenta la Demanda de Dinero ante una baja en la tasa de interés, mientras menor sea Lr mayor será la reducción necesaria en i para eliminar el exceso de Oferta⁴ que generó $\Delta M/P$. En otras palabras, valores menores de Lr deparan en mayores efectos expansivos de la Política Monetaria ya que generan una mayor caída en i propicia para la Inversión.

Segundo: dado que b indica cuanto incrementa la demanda de Inversión ante una reducción en la tasa de interés, mientras mayor sea la reacción de ella ante la reducción en i que ocasiona el aumento en M/P, mayor serán los efectos expansivos sobre el ingreso.

Efectos sobre las principales variables macroeconómicas de un incremento en la sensibilidad de la Demanda de Inversión a la Tasa de Interés:

Acorde a lo analizado desde un punto de vista geométrico, conceptual y analítico en la sección referente a la curva IS, un aumento en b ocasiona un desplazamiento no paralelo hacia la izquierda rotando la IS en el sentido contrario a las agujas del reloj mientras que mantiene fija su abcisa al origen. En consecuencia de ello desde un punto de vista geométrico podemos ver que en el nuevo ingreso de equilibrio serán menor tanto la tasa de interés como el nivel de ingreso. La siguiente gráfica muestra lo dicho anteriormente:

⁴ Recordemos que el incremento de M/P genera un exceso de Oferta de Dinero el cual debe eliminarse vía un incremento en la Demanda Monetaria el que sucederá por medio de una caída en la tasa de interés.

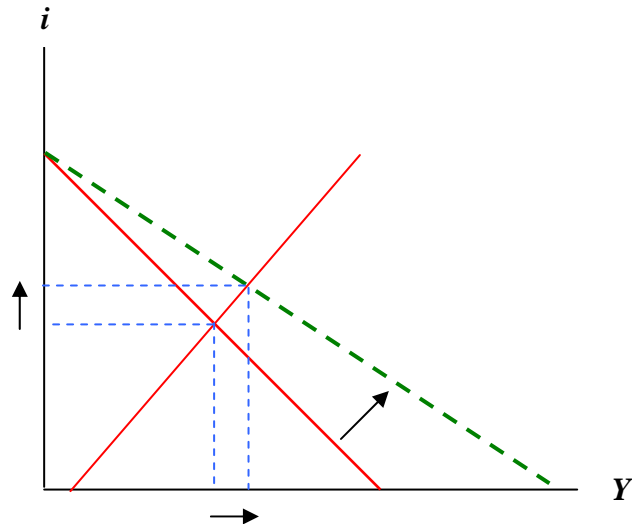


Ante ésta situación el consumo disminuirá al reducirse el Ingreso disponible, la inversión se reducirá al aumentar el valor de b^5 , las Importaciones caerán por la reducción del Ingreso y el resto de las variables permanece sin cambio.

Efectos sobre las principales variables macroeconómicas de un incremento en la Propensión Marginal a Consumir:

Acorde a lo analizado desde un punto de vista geométrico, conceptual y analítico en la sección referente a la curva IS, un aumento en la propensión marginal a consumir ocasiona un desplazamiento no paralelo hacia la derecha rotando la IS en el sentido de las agujas del reloj mientras que mantiene fija su ordenada al origen. En consecuencia de ello desde un punto de vista geométrico podemos ver que en el nuevo equilibrio serán mayores tanto la tasa de interés como el nivel de ingreso. La siguiente gráfica muestra lo dicho anteriormente:

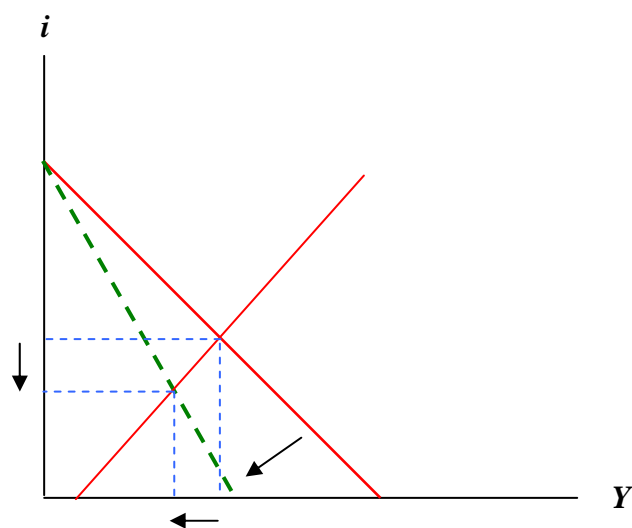
⁵ Se puede demostrar que a pesar que la tasa de interés se redujo no contrarresta el efecto inicial contractivo del aumento de b .



Ante ésta situación el consumo aumentará al expandirse el Ingreso disponible, la inversión disminuirá ante la suba en la tasa de interés, las Importaciones crecerán por la expansión del Ingreso deteriorando el Saldo de la Balanza Comercial y el resto de las variables permanecerá sin cambio.

Efectos sobre las principales variables macroeconómicas de un incremento en la Propensión Marginal a Importar:

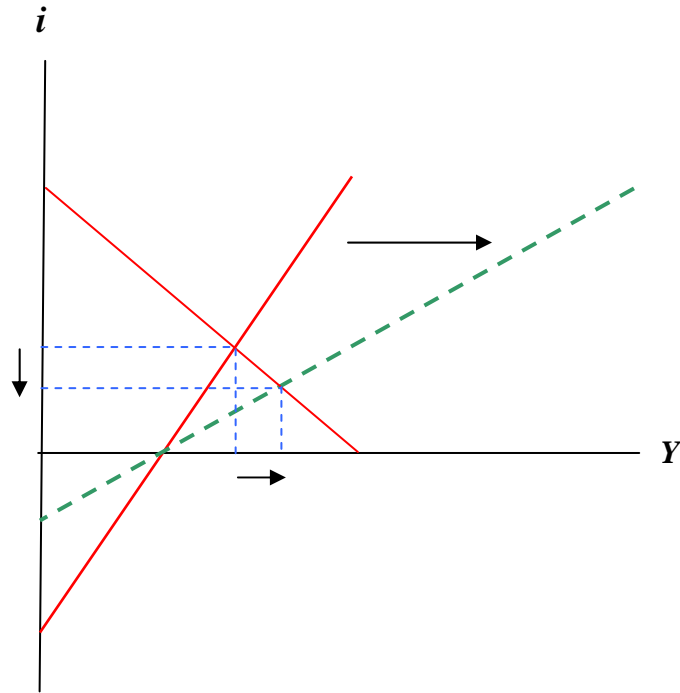
Acorde a lo analizado desde un punto de vista geométrico, conceptual y analítico en la sección referente a la curva IS, un aumento en la propensión marginal a importar ocasiona un desplazamiento no paralelo hacia la izquierda rotando la IS en el sentido contrario de las agujas del reloj mientras que mantiene fija su ordenada al origen. En consecuencia de ello desde un punto de vista geométrico podemos ver que en el nuevo equilibrio serán menores tanto la tasa de interés como el nivel de ingreso. La siguiente gráfica muestra lo dicho anteriormente:



Ante ésta situación el consumo disminuirá al reducirse el Ingreso disponible, la inversión aumentará debido a la caída en la tasa de interés, las Importaciones caerán por la reducción del Ingreso y el resto de las variables permanecerá sin cambio.

Efectos sobre las principales variables macroeconómicas de un incremento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero a la Tasa de Interés:

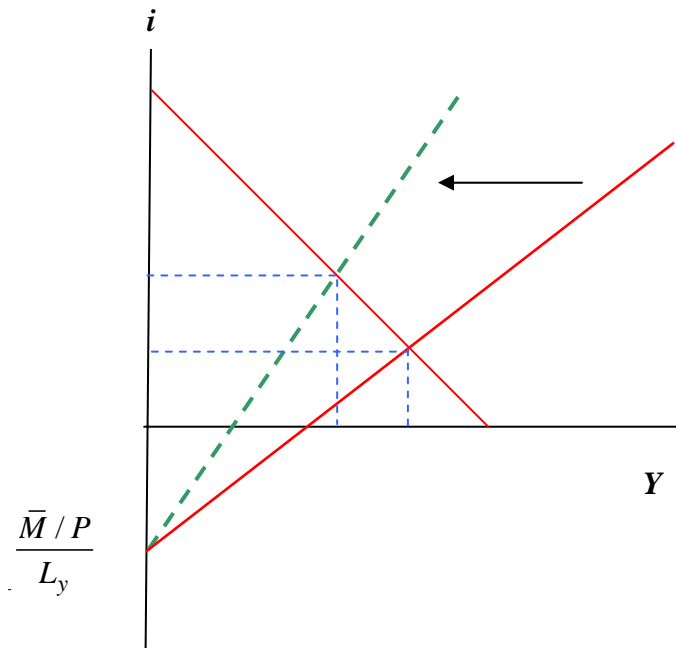
Acorde a lo analizado desde un punto de vista geométrico, conceptual y analítico en la sección referente a la curva LM, un aumento en L_r ocasiona un desplazamiento no paralelo hacia la derecha rotando la LM en el sentido de las agujas del reloj mientras que mantiene fija su abscisa al origen. En consecuencia de ello desde un punto de vista geométrico podemos ver que en el nuevo equilibrio será menor la tasa de interés y mayor el nivel de ingreso. La siguiente gráfica muestra lo dicho anteriormente:



Ante ésta situación el consumo aumentará al expandirse el Ingreso disponible, la inversión aumentará al reducirse la tasa de interés, las Importaciones se incrementarán por la expansión del Ingreso deteriorando el Saldo de la Balanza Comercial y el resto de las variables permanece sin cambio.

Efectos sobre las principales variables macroeconómicas de un incremento en la Sensibilidad de la Demanda de Dinero al Ingreso:

Acorde a lo analizado desde un punto de vista geométrico, conceptual y analítico en la sección referente a la curva LM, un aumento en L_y ocasiona un desplazamiento no paralelo hacia la izquierda rotando la LM en sentido contrario a las agujas del reloj mientras que mantiene fija su ordenada al origen. En consecuencia de ello desde un punto de vista geométrico podemos ver que en el nuevo equilibrio será mayor la tasa de interés y menor el nivel de ingreso. La siguiente gráfica muestra lo dicho anteriormente:



Ante ésta situación el consumo disminuirá al contraerse el Ingreso disponible, la inversión caerá ante el aumento de la tasa de interés, las Importaciones se reducirán por la caída del Ingreso mejorando el Saldo de la Balanza Comercial y el resto de las variables permanece sin cambio.

5.- Consideraciones Finales

A lo largo de este artículo hemos analizado en detalle el Modelo IS – LM y hemos analizado las consecuencias sobre las variables más importantes de la economía ante cambios en algunos de los parámetros del Modelo.

Vale destacar que los análisis efectuados se hacen respetando los supuestos simplificadores de la realidad que describen el funcionamiento de la Economía. A causa de ello existen muchos factores que no se tienen en cuenta a la hora de realizar los análisis tales como: el problema de la inflación, sus distintas causas, el problema del desempleo estructural, la inversión, el proceso de formación de expectativas de los agentes económicos, Instituciones Políticas, etc.

La consideraciones de algunos de esos factores en modelos matemáticos mas sofisticados escapa el alcance de este curso y se reserva para estudiantes avanzados de Economía mientras que en algunos casos es aún materia de Investigación en el Desarrollo de la Teoría Actual Económica.

I.- Ejercicios

1. Dadas las siguientes funciones

$$C=120+0.8*Yd$$

$$I=70-2*i$$

$$G=50$$

$$T=60$$

$$X=45$$

$$m=0.05$$

$$M/P=100$$

$$L=2*Y-4*i$$

- Determine la función IS
- Determine la función LM
- Calcule el Y_e y la tasa de interés de equilibrio, interprete los resultados y grafique.
- Halle el valor del Consumo, la Inversión y el Saldo en la Balanza Comercial cuando la economía está en equilibrio.
- Verifique que las filtraciones son iguales a los gastos compensatorios

2. Basándose en los datos del ejercicio anterior:

- Calcule el incremento en el nivel de ingreso de equilibrio como consecuencia de la aplicación de un incremento del Gasto Público en 20 unidades. Calcule además la nueva tasa de interés de equilibrio. Compare el incremento del ingreso resultante con el que se daría bajo un Modelo Keynesiano Simple. Interprete y Explique a que se deben las diferencias.
- Compute la variación en el ingreso de equilibrio al aplicar un incremento en la Oferta Monetaria de 10 unidades. Adicionalmente calcule la variación que experimentará la tasa de interés de equilibrio como resultado del incremento del Gasto. Grafique, interprete y explique porqué se modificaron los valores de equilibrio.
- Si se desea incrementar el ingreso de equilibrio en 100 unidades por medio de un incremento del Gasto Público, ¿en cuanto debe aumentarse éste último para lograr tal meta? Calcule además la variación que experimentará la tasa de interés de equilibrio.
- Si se desea incrementar el ingreso de equilibrio en 100 unidades por medio de un incremento de la Oferta Monetaria, ¿en cuanto debe aumentarse ésta última para lograr tal meta? Adicionalmente calcule la nueva tasa de interés de equilibrio.

3. Utilizando los datos del Ejercicio 1,

- Suponga que el Gobierno está interesado en incrementar el ingreso de equilibrio en 30 unidades pero a su vez no desea que se modifique la tasa de interés de equilibrio. Indique en cuanto deben modificarse el Gasto Público y la Oferta Monetaria simultáneamente para lograr ésta doble meta del Gobierno.
- Ídem que el anterior pero suponiendo que las metas del gobierno son incremento del ingreso en 30 unidades y reducción de la tasa de interés en 1 unidad.

II.- Verdaderos Falso

En cada uno de los siguientes enunciados establezca la veracidad o falsedad de los mismos justificando en ambos casos de manera analítica, conceptual y geométrica. Se recomienda repasar la lectura del artículo: **“Sobre la manera correcta de resolver Ensayos y Verdaderos Falsos”** antes de comenzar a resolver las siguientes actividades.

- Un valor más elevado de la sensibilidad de la Demanda de Inversión a la tasa de interés hace que las Políticas Fiscales sean más efectivas a la hora de reducir el desempleo.
- Valores más pequeños en la sensibilidad de la Demanda de Inversión a la tasa de interés hacen que las Políticas Monetarias sean más efectivas a la hora de reducir el desempleo.

3.- Un valor más elevado de la sensibilidad de la Demanda de Dinero a la tasa de interés hace que las Políticas Monetarias sean más efectivas a la hora de reducir el desempleo.

4.- Valores más pequeños en la sensibilidad de la Demanda de Dinero a la tasa de interés hace que las Políticas Fiscales sean más efectivas a la hora de reducir el desempleo.

5.- Un incremento en la sensibilidad de la Demanda de Dinero al nivel de ingreso reduce el valor del multiplicador del Gasto en un Modelo IS - LM

III.- Ensayos

1. Analice los efectos sobre las principales variables macroeconómicas para una economía que se encuentra en desempleo y el gobierno decide aumentar el gasto público para mejorar el ingreso y el empleo: Responda sobre los cambios en el consumo, la inversión, el déficit fiscal, la balanza comercial, el desempleo, la tasa de interés y el ahorro. Utilice gráfico para responder.

2. Analice los efectos sobre las principales variables macroeconómicas para una economía que se encuentra en desempleo y el gobierno decide disminuir la tasa de redescuento para mejorar el ingreso y el empleo: Responda sobre los cambios en el consumo, la inversión, el déficit fiscal, la balanza comercial, el desempleo, la tasa de interés y el ahorro. Utilice gráfico para responder.

3. Analice los efectos sobre las principales variables macroeconómicas para una economía que se encuentra en desempleo si el gobierno aplica políticas que hacen disminuir la propensión marginal a importar. Responda sobre los cambios en el consumo, la inversión, el déficit fiscal, la balanza comercial, el desempleo, la tasa de interés. Utilice gráfico para responder.

4. Suponga que se han producido cambios en las expectativas sobre el futuro de los inversionistas de modo tal que ahora la Demanda de Inversión es menos sensible a la tasa de interés. Partiendo de una situación de equilibrio inicial analice los efectos de tal cambio para el resto de las variables de la economía: Ingreso, tasa de interés, Consumo, Inversión, Desempleo, Saldo de la Balanza Comercial, etc.

Soluciones Ejercicios

Ejercicio 1

a) Para hallar las expresiones de las curvas IS – LM pueden usarse dos métodos: deducir sus ecuaciones desde las condiciones de equilibrio e los mercados de bienes y monetario respectivamente o bien utilizar directamente sus fórmulas.

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$Y = C_0 + c(Y - T) + I_0 + bi + X - mY$$

$$Y = 120 + 0.8(Y - 60) + 70 - 2i - 0.05Y$$

de donde despejando i en términos de Y , resulta:

$$i = 118.5 - 0.125Y$$

Al mismo resultado se arriba si utilizamos la fórmula de la IS:

$$i = \frac{C_0 - cT + I_0 + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} i$$
$$i = \frac{120 - 0.8 * 60 + 70 + 50 + 45}{2} - \frac{1 - 0.8 + 0.05}{2}$$
$$i = 118.5 - 0.125Y$$

b) Para el cómputo de la LM, se tiene empleando su fórmula directa:

$$i = -\frac{\bar{M}/P}{L_r} + \frac{L_y}{L_r} Y$$
$$i = -\frac{100}{4} + \frac{2}{4} Y$$
$$i = -25 + 0.5Y$$

el cual es el mismo al que se arriba si utilizamos su deducción desde la condición de equilibrio del mercado de dinero:

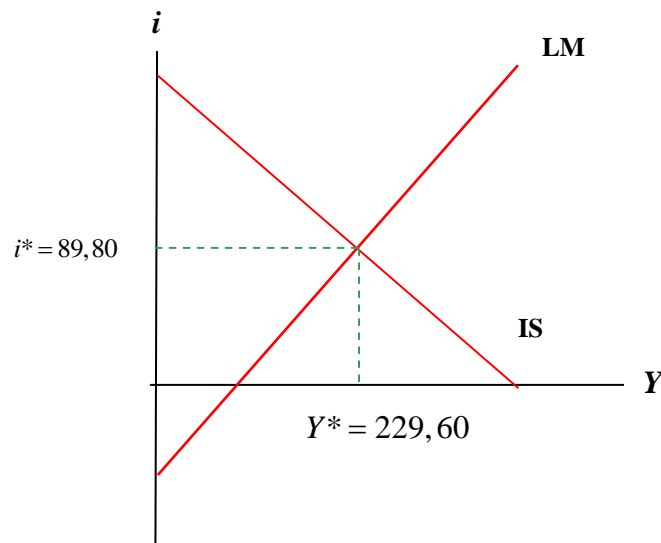
$$\frac{M^s}{P} = \frac{M^d}{P}$$
$$\frac{\bar{M}}{P} = L_y Y - L_r i$$
$$100 = 2 * Y - 4 * i$$
$$i = -25 + 0.5Y$$

c) Para la obtención del Ingreso y la Tasa de Interés de Equilibrio se pueden utilizar dos alternativas igualmente correctas: resolver el sistema de ecuaciones simultáneas de la IS-LM o bien emplear las fórmulas de cálculo directo del equilibrio:

Resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas en dos incógnitas se tiene:

$$\begin{cases} i = 118.5 - 0.125Y \\ i = -25 + 0.5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 229,60 \\ i = 89,80 \end{cases}$$

Resolver matemáticamente dicho sistema debe interpretarse conceptualmente como hallar los valores de Ingreso y Tasa de Interés que simultáneamente equilibran ambos mercados. Geométricamente es hallar las coordenadas (Y, i) en donde la IS y la LM se interceptan:



Alternativamente pueden arribarse a los mismos valores si se utilizan las fórmulas directas del equilibrio:

$$Y^* = \frac{\overline{GA} + \frac{\overline{M}}{P} \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} \qquad i^* = \frac{\overline{GA} \frac{L_y}{L_r} - \frac{\overline{M}}{P} \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$Y^* = \frac{237 + 100 \frac{2}{4}}{1 - 0,8 + 0,05 + \frac{2 * 2}{4}} \qquad i^* = \frac{237 \frac{2}{4} - 100 \frac{(1 - 0,8 + 0,05)}{4}}{1 - 0,8 + 0,05 + \frac{2 * 2}{4}}$$

$$Y^* = 229,60 \qquad i^* = 89,80$$

d) Valores de las principales variables económicas en el equilibrio:

$C = C_o + c(Y - T)$	$I = I_o - bi$	$BC = X - mY$
$C = 120 + 0,8(229,6 - 60)$	$I = 70 - 2 * 89,8$	$BC = 45 - 0,05 * 229,6$
$C = 289,6$	$I = -109,6$	$BC = 33,52$

e) Verificación de si las Filtraciones son iguales a los Gastos Compensatorios en sus valores de equilibrio:

$$\begin{aligned}
 S + T + M &= I + G + X \\
 S_0 + s(Y - T) + T + M &= I_0 + G + mY \\
 -120 + 0.2(229,6 - 60) + 60 + 0.05 * 229,6 &= 70 - 2 * 89.8 + 50 + 45 \\
 14,6 &= -14.6
 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

a) Para obtener el incremento en el ingreso resultante ante un aumento del Gasto en 30 unidades, junto a su nueva tasa de interés, podemos por un lado recalculamos y resolver el sistema de ecuaciones de la nueva IS con un G mayor en 30 unidades o bien utilizar las fórmulas de los multiplicadores del Modelo IS - LM (los cuales se deducen de las fórmulas del equilibrio simultáneo).

Recalculando la nueva IS:

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{C_0 - cT + I_0 + G + X}{b} - \frac{1 - c + m}{b} i \\
 i &= \frac{120 - 0.8 * 60 + 70 + 80 + 45}{2} - \frac{1 - 0.8 + 0.05}{2} \\
 i &= 133.5 - 0.125Y
 \end{aligned}$$

El nuevo sistema de ecuaciones y su resolución será:

$$\begin{cases} i = 133.5 - 0.125Y \\ i = -25 + 0.5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_1 = 253,60 \\ i_0 = 101,80 \end{cases}$$

Luego el ingreso y el interés se incrementaron en:

$$\begin{aligned}
 \Delta Y &= Y_1 - Y_0 & \Delta i &= i_1 - i_0 \\
 \Delta Y &= 253.6 - 229.6 & \Delta i &= 101.80 - 89.80 \\
 \Delta Y &= 24 & \Delta i &= 12
 \end{aligned}$$

A idénticos resultados podemos arribar si utilizamos las fórmulas de los multiplicadores del Gasto

$$Y_1 = \frac{\overline{GA} + \Delta G + \frac{\overline{M}}{P} \frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$Y_1 = \frac{\overline{GA} + \frac{\overline{M}}{P} \frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}} + \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$Y_1 = Y_0 + \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$i_1 = \frac{(\overline{GA} + \Delta G) \frac{L_y}{Lr} - \frac{\overline{M}}{P} \frac{(1 - c + m)}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$i_1 = \frac{\overline{GA} \frac{L_y}{Lr} - \frac{\overline{M}}{P} \frac{(1 - c + m)}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}} + \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$i_1 = i_0 + \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$\Delta i = \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

Reemplazando en los datos en las fórmulas resulta:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$\Delta Y = \frac{30}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 \cdot 2}{4}}$$

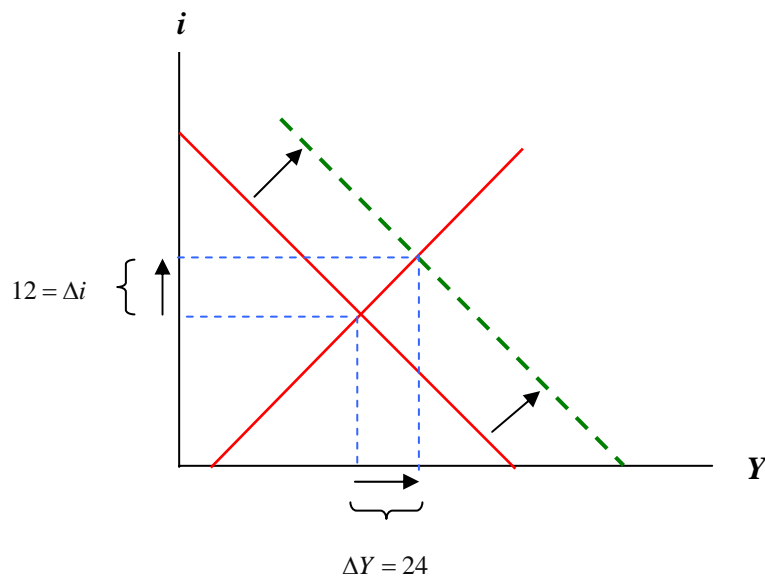
$$\Delta Y = 24$$

$$\Delta i = \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{bL_y}{Lr}}$$

$$\Delta i = \frac{30 \frac{2}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 \cdot 2}{4}}$$

$$\Delta i = 12$$

Geoméricamente lo que ha sucedido es:



En un Modelo Keynesiano Simple no existe el Mercado de Dinero y la Inversión no depende de la tasa de interés ($b = 0$)

En consecuencia el valor el incremento del Ingreso será:

$$\Delta Y_{MKS} = \frac{\Delta G}{1 - c + m}$$

$$\Delta Y_{MKS} = \frac{30}{1 - 0.8 + 0.05}$$

$$\Delta Y_{MKS} = 120$$

El cual es obviamente mayor que el incremento de Y en el Modelo IS LM.

En el Modelo Keynesiano Simple, un incremento en el Gasto Público aumentaba la Demanda Agregada generando un exceso de Demanda. Los productores experimentaban una reducción indeseada en sus stock de bienes lo que los motivaba a incrementar la producción. Dicho incremento productivo se ve acompañado en mayores remuneraciones a los factores productivos lo que deparaba en un mayor consumo ante el mayor ingreso disponible de las familias. Nuevamente este incremento en el consumo genera aumentos y excesos de demanda los que se eliminan incrementando el ingreso una vez más. Este proceso, denominado **“efecto multiplicador del Gasto”**, continúa indefinidamente convergiendo al valor del comúnmente llamado **multiplicador keynesiano simple del Gasto**, cuya expresión es la siguiente:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m}$$

En un Modelo IS-LM a diferencia del Modelo Keynesiano Simple, un incremento del Gasto crea un exceso de demanda en el mercado del producto el cual se equilibra con un aumento del Ingreso. Dicho aumento genera efectos multiplicadores a través del consumo inducido pero además, y a diferencia del anterior, el incremento del ingreso se transmite ahora al Mercado de Dinero mediante un incremento en la Demanda de Dinero por motivo transacción (al haber mayores ingresos se realizan mayores transacciones monetarias por lo que los agentes demandan mayor cantidad de dinero) generando así un Exceso de Demanda en dicho mercado. Para equilibrar el mismo se requiere una suba en la tasa de interés, pero dicha suba se retransmitirá ahora al mercado de bienes, a través de la dependencia negativa de la Demanda de Inversión, con lo cual ésta última se reducirá generando ahora un exceso de Oferta. El exceso de Oferta se eliminará solamente si el nivel de ingreso se reduce, por o tanto se contrarresta el incremento inicial debido al gasto y al multiplicador inicial. En otras palabras en un modelo IS – LM un incremento del Gasto genera un incremento en el ingreso menor que en el Modelo Keynesiano Simple.

Para comprobar lo dicho anteriormente en términos conceptuales y darle una mayor precisión apelaremos a deducir la fórmula del **“Multiplicador del Gasto en el Modelo IS – LM”**.

De la fórmula del Nivel de Ingreso de Equilibrio fácilmente se puede deducir la siguiente expresión de variación en el ingreso ante variaciones en Gasto Público.

$$\Delta Y_{IS-LM} = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} < \frac{\Delta G}{1 - c + m} = \Delta Y_{MKS}$$

En la misma se puede observar lo siguiente:

1.- El multiplicador del Modelo IS – LM es menor al del Modelo Keynesiano Simple (MKS), ya que el nuevo denominador es mayor que el de éste último al contener el término $\frac{b L_y}{L_r}$ que es positivo.

$$\frac{b L_y}{L_r}$$

2.- El término $\frac{b L_y}{L_r}$ indica la reducción en el multiplicador debida a la disminución de la inversión ocasionada por el aumento de la tasa de interés⁶.

b) Para obtener la variación en el Ingreso de Equilibrio y la tasa de Interés podemos utilizar dos métodos: recalcular la ecuación de la nueva LM y resolver el nuevo sistema de ecuaciones resultante o bien utilizar los multiplicadores de la Oferta Monetaria. Utilizaremos aquí este último:

$$Y_1 = \frac{\overline{GA} + \left(\frac{\bar{M}}{P} + \Delta \frac{\bar{M}}{P} \right) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$i_1 = \frac{\overline{GA} \frac{L_y}{L_r} - \left(\frac{\bar{M}}{P} + \Delta \frac{\bar{M}}{P} \right) \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$Y_1 = \frac{\overline{GA} + \frac{\bar{M}}{P} \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} + \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$i_1 = \frac{\overline{GA} \frac{L_y}{L_r} - \frac{\bar{M}}{P} \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} - \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$Y_1 = Y_0 + \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$i_1 = i_0 - \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$\Delta Y = \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$\Delta i = - \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

Reemplazando en las fórmulas resulta:

$$\Delta Y = \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$\Delta i = - \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{(1 - c + m)}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$\Delta Y = \frac{10 \frac{2}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 * 2}{4}}$$

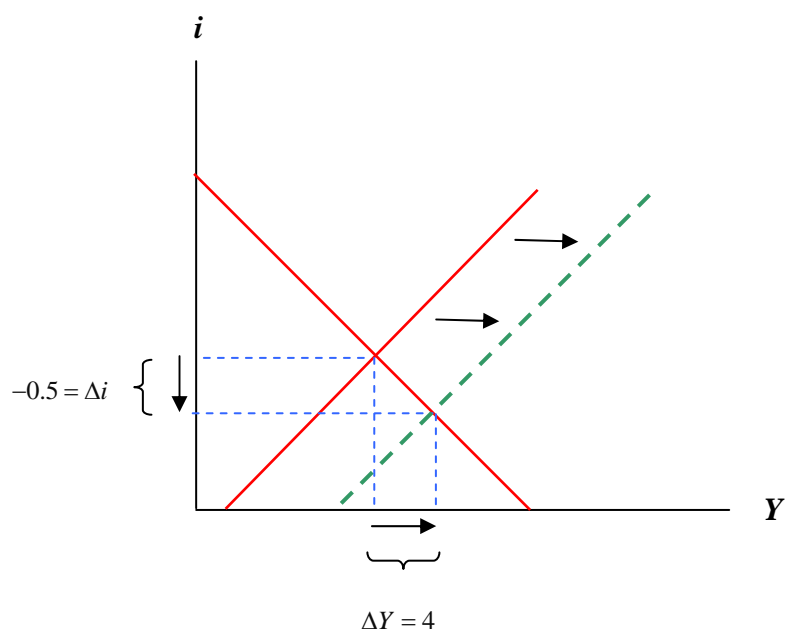
$$\Delta i = - \frac{10 \frac{(1 - 0.8 + 0.05)}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 * 2}{4}}$$

$$\Delta Y = 4$$

$$\Delta i = -0.5$$

⁶ Recordemos que ésta última subió para eliminar el exceso de demanda de dinero ocasionado por el incremento inicial del Ingreso ante el aumento de G.

Geoméricamente lo que sucedió fue un desplazamiento a la derecha de la LM:



Un incremento en la Oferta Monetaria genera, al nivel de tasa de interés e ingreso iniciales de equilibrio, un exceso de Oferta el cual será eliminado mediante una caída en la tasa de interés que incremente la Demanda de Dinero. Dicha caída en la tasa de interés repercutirá en el Mercado de Bienes fomentando el alza de la demanda de Inversión. Se generan así excesos de Demanda de Bienes que presionan a una expansión del Ingreso. Dicho aumento del Ingreso pondrá en marcha los efectos multiplicadores descritos anteriormente.

En términos algebraicos podemos deducir empleando la expresión del Ingreso de Equilibrio Simultáneo que el “**Multiplicador de la Política Monetaria**” viene dado por:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta \left(\frac{\bar{M}}{P} \right)} = \frac{\frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

En la misma, que indica el incremento en ingreso de equilibrio por unidad de incremento en la Oferta Monetaria, se puede inspeccionar que mientras mayor sea el numerador b/Lr mayor será el Multiplicador de la Política Monetaria⁷.

c) Para computar el incremento en el Gasto Público de modo tal que el ingreso de equilibrio aumente en 100 unidades podemos utilizar las fórmulas de los multiplicadores empleadas anteriormente:

⁷ Si bien tanto el numerador como el denominador aumentan al aumentar b/Lr , un incremento de ésta afectará proporcionalmente más al numerador que al denominador por lo que en definitiva el multiplicador aumenta.

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} \quad \text{despejando } \Delta G \text{ resulta la siguiente fórmula para}$$

hallar el incremento del gasto necesario de modo tal que el ingreso de equilibrio se incremente en una cierta magnitud:

$$\Delta G = \Delta Y \left(1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r} \right)$$

reemplazando por los datos se tiene:

$$\Delta G = 100 \left(1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 * 2}{4} \right)$$

$$\Delta G = 125$$

Utilizando ahora la fórmula para la variación de la tasa de interés resulta:

$$\Delta i = \frac{\Delta G \frac{L_y}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}$$

$$\Delta i = \frac{125 \frac{2}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2 * 2}{4}}$$

$$\Delta i = 50$$

d) Para computar el incremento en la Oferta Monetaria de modo tal que el ingreso de equilibrio aumente en 100 unidades podemos utilizar las fórmulas de los multiplicadores empleadas anteriormente:

$$\Delta Y = \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{b}{L_r}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}} \quad \text{despejando } \Delta M/P \text{ resulta la siguiente fórmula para}$$

hallar el incremento de la Oferta Monetaria necesario para que el ingreso de equilibrio se incremente en una cierta magnitud:

$$\Delta(\bar{M} / P) = \frac{1 - c + m + \frac{b L_y}{L_r}}{\frac{b}{L_r}}$$

reemplazando por los datos resulta:

$$\Delta(\bar{M} / P) = \frac{100(1 - 0.08 + 0.05 + \frac{2*2}{4})}{\frac{2}{4}}$$

$$\Delta(\bar{M} / P) = 250$$

Utilizando ahora la fórmula de la variación de la tasa de interés ante cambios en la Oferta Monetaria resulta:

$$\Delta i = - \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{(1 - c + m)}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

$$\Delta i = - \frac{100 \frac{(1 - 0.8 + 0.05)}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2*2}{4}}$$

$$\Delta i = -5$$

Ejercicio 3

a) Sabemos que un incremento en el Gasto Público incrementa el ingreso en:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

pero a su vez incrementa la tasa de interés en:

$$\Delta i = \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

Por otro lado un incremento en la Oferta Monetaria incrementa el ingreso en:

$$\Delta Y = \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

pero reduce la tasa de interés en:

$$\Delta i = - \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{(1 - c + m)}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}}$$

En consecuencia hay que hallar las combinaciones de Incremento de G y de M/P de modo tal que el ingreso se incremente en 30 y la tasa de interés se incremente en cero.

En términos algebraicos lo dicho anteriormente se puede representar por medio del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}} + \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{b}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}} \\ \Delta i = \frac{\Delta G \frac{L_y}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}} - \frac{\Delta(\bar{M} / P) \frac{(1 - c + m)}{Lr}}{1 - c + m + \frac{b L_y}{Lr}} \end{array} \right.$$

Reemplazando por los datos se tiene:

$$\begin{cases} 30 = \frac{\Delta G}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2*2}{4}} + \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{2}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2*2}{4}} \\ 0 = \frac{\Delta G \frac{2}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2*2}{4}} - \frac{\Delta(\bar{M}/P) \frac{(1 - 0.8 + 0.05)}{4}}{1 - 0.8 + 0.05 + \frac{2*2}{4}} \end{cases}$$

donde la primer ecuación representa las distintas combinaciones en ΔG y $\Delta M/P$ que

producen un incremento del ingreso de 30 unidades y la segunda las combinaciones de

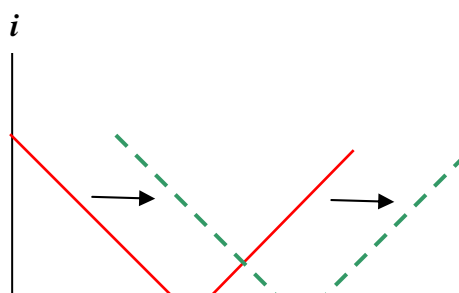
ΔG y $\Delta M/P$ que mantienen inalterada la tasa de interés.

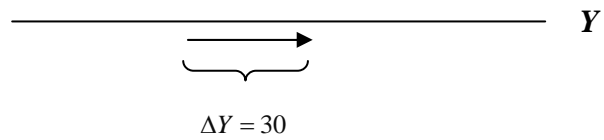
$$\begin{cases} 30 = 0.8\Delta G + 0.4\Delta(\bar{M}/P) \\ 0 = 0.4\Delta G - 0.05\Delta(\bar{M}/P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta G = 7.5 \\ \Delta M/P = 60 \end{cases}$$

Geoméricamente lo que sucede es lo siguiente:

La curva IS y la LM se desplazan ambas paralelas hacia la derecha en color verde como

lo muestra el siguiente gráfico:





b) El razonamiento para resolver este apartado es casi idéntico al anterior

diferenciándose solamente en que ahora se desea un incremento de la tasa de interés de

1 unidad.

$$\begin{cases} 30 = 0.8\Delta G + 0.4\Delta(\bar{M}/P) \\ 1 = 0.4\Delta G - 0.05\Delta(\bar{M}/P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta G = 9.5 \\ \Delta M/P = 56 \end{cases}$$