:

# Efecto riqueza óptimo y política fiscal intergeneracional: Desafiando la Equivalencia Ricardiana


## Autores:

Jorge Mauricio Oviedo[1]

Demian Nicolás Macedo[2]


**Agosto 2006**


**Resumen:** En el presente trabajo se intenta indagar la posibilidad de maximizar el efecto riqueza a nivel macroeconómico, entendiendo como tal, a las variaciones en el nivel de riqueza de los individuos luego de sufrir algún tipo de acción por parte del estado. El análisis se lleva a cabo en un marco de generaciones solapadas, buscando así encontrar el comportamiento óptimo del gobierno. Llegando a la conclusión de que según sea la información con que cuenta el estado se puede maximizar el efecto riqueza lográndose así el incumplimiento de la Equivalencia Ricardiana y una mejora en el bienestar intergeneracional

**Abrastac:** In this paper one tries to investigate the possibility of maximizing in a macroeconomic level the wealth effect, dealing as such, to the variations in the level of wealth of the individuals after suffering some type of intervention by the state. The analysis is taken place in an overlapping generation scenery, trying to find the optimal behavior of government. The conclusion arrived is that, depending on the information that the government has, it is possible to maximize the wealth effect without holding the Ricardian Equivalence and having an improvement in the intergenerational well-being.



**Clasificación JEL:** C61, G00

**Palabras Claves:** Equivalencia Ricardiana, Efecto Riqueza, Políticas óptimas, Generaciones Solapadas.



[1] Instituto de Economía y Finanzas y Departamento de Estadística y Matemática. Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Córdoba. E-mail: joroviedo@eco.unc.edu.ar

[2] Departamento de Estadística y Matemática. Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Córdoba.E-mail:demianmacedo@eco.unc.edu.ar


.

## 1- Introducción

Desde el ya conocido articulo de Barro [1978]"Are Government Bonds Net Wealth?" se ha estudiado con mas detalle la vigencia de la equivalencia Ricardiana y los posibles factores que validan o invalidan sus postulados. Este hecho trae consigo una nueva discusión ¿puede generar una política fiscal activa un efecto riqueza positivo sobre la población?.

Entendiéndose por efecto riqueza a la variación que se produce en el ingreso esperado de los individuos como causa de las políticas fiscales del gobierno. Es indudable que en la realidad cada acción llevada a cabo por los hacedores de política tiene un efecto sobre los ingresos de la población y claro está que dicha variación en el ingreso esperado puede ser positiva o negativa ocasionando un perjuicio o un beneficio a los habitantes de la sociedad.

En los trabajos basados en la equivalencia Ricardiana se reconoce la neutralidad de la deuda para alterar los ingresos de los individuos, aceptar esto implica dejar de lado un importante instrumento que tiene el estado para mejorar el nivel de vida de los individuos.

Como el objetivo del gobierno es maximizar el bienestar de sus gobernados su preocupación será encontrar una política impositiva que permita no solo generar un efecto riqueza positivo sino que a su vez que esta se ejecute de manera optima, es decir, se preocupara por maximizar el efecto riqueza causado sobre la población en su conjunto..

En base a este hecho el propósito del siguiente trabajo es mostrar a través de un esquema simplificado de comportamiento, que existe la posibilidad latente de que el estado pueda encontrar una política fiscal optima que no solo genere un efecto riqueza positivo sino que además este sea máximo.

A nuestro criterio uno de los aspectos más interesantes de nuestro trabajo es que se consideran en el análisis los efectos de política que recaen sobre las diferentes cohortes de individuos a través del tiempo, pretendiendo así, lograr, una cierta equidad intertemporal y un incremento en el bienestar general sin descuidar el orden de las cuentas fiscales.

El esquema del trabajo seguirá la base de los modelos de generaciones solapadas planteados por Blanchard y Fisher [1985] y a su vez se adoptaran ciertas ideas de Caballe, J. [1995] y Ehrlich, I.[1997] donde no se descuidan los efectos demográficos ocasionados por la mejora en la esperanza de vida de la población sobre las arcas del gobierno.

Se abordara así un análisis generacional del problema planteado, donde se buscara dilucidar la forma de derramar los beneficios del accionar del estado a todas las generaciones tanto presentes como futuras.

El trabajo se estructura como sigue. En la primera sección se presentaran las principales definiciones tanto teóricas como algebraicas para poder entender asi de una mejor manera los posibles planes de acción que puede emprender el estado. Luego se pasara a los microfundamentos de las acciones de los individuos, donde se busca explicar el por que de su comportamiento.

## 2- Esquema general

Como se describió en la introducción la idea principal del trabajo es analizar los efectos de una determinada política fiscal impositiva (basada en impuestos lump sum) que será aplicada sobre "n" generaciones y lograr producir un ER (efecto riqueza) positivo.

Basándonos en la idea de la equivalencia ricardiana, se aplicara sobre la población una política fiscal impositiva de tipo expansiva que en un periodo futuro deberá ser revertida para mantener el orden en las cuentas fiscales.

Así se procederá a indagar durante todas las páginas de este paper el efecto que dicho procedimiento tiene sobre la riqueza global, riqueza generacional y riqueza individual..

Para comenzar la investigación se procederá a detallar la notación aplicada:

$\alpha_i$ representa el factor de descuento. Este término está en función de la tasa de interés compuesta del mercado de crédito a largo plazo. Esto es así porque nuestra política se aplicara durante periodos considerables de tiempo y además se utiliza el hecho de estas tasas son más estables que las que priman en el corto plazo pudiéndose lograr de esta manera un factor de descuento constante.

$\gamma^j$ es la proporción de personas vivas de cada generación en el período j=1,2,3… Este parámetro es una variable exógena de corte, donde el Estado define en base a cada $\gamma^j$ el tiempo de duración de cada periodo. Sobre el final de este trabajo supondremos que este valor estará determinado por la distribución del ingreso, para lograr así una operación con cierto efecto progresivo en la distribución del ingreso. En otras palabras, hay un supuesto implícito y es que los individuos de mayores ingresos tienen una probabilidad mas alta de estar vivos en el último periodo que individuos de menores ingresos dado que los primeros pueden acceder a un nivel de vida superior, como por ejemplo adquirir un mejor servicio de salud, recibir una mayor educación y además al recibir una mayor proporción de rentas “no ganadas” seguramente podrían llevar una vida “mas tranquila”. Por último conviene aclarar que este parámetro permanecerá inalterado para todas las cohortes.

$P^i$ representa el total de personas nacidas de la generación i .

Estas hipótesis son obviamente poco realistas pero permiten explorar algunas de las implicancias a las que pretendemos arribar de una manera muy simple. Teniendo presente la notación aquí descripta se definirán las ecuaciones que representan la riqueza de las distintas generaciones, siendo estas de la forma:

$$\alpha_0 \gamma^0 P^0(Y-T_0) + \alpha_1 \gamma^1 P^0(Y-T_1) + \alpha_2 \gamma^2 P^0(Y-T_2) = W_1$$

$$\alpha_1 \gamma^0 P^1(Y-T_1) + \alpha_2 \gamma^1 P^1(Y-T_2) + \alpha_3 \gamma^2 P^2(Y-T_3) = W_2$$

.

.

.

$$\alpha_{n-2} \gamma^0 P^{n-2}(Y-T_n-2) + \alpha_{n-1} \gamma^1 P^{n-2}(Y-T_{n-1}) + \alpha_n \gamma^2 P^{n-2}(Y-T_n) = W_{n-2}$$

Las ecuaciones descriptas representan el valor presente de la riqueza de cada generación al momento cero , donde (Y-Ti)

Supongamos primero que desde el Estado no se puede distinguir sobre que cohorte inciden los impuestos, es decir, se aplica nuestra política sobre el total de la población sin poder discriminar sobre qué grupo recaerán las mismas.

Por lo tanto el accionar sera el siguiente:

Se reducen los impuestos hoy, para lograr un estímulo sobre la demanda, pero en un periodo futuro se procederá a incrementar los mismos para saldar la deuda tomada en ese momento, de modo tal que el valor presente de los montos aplicados a dicha operación sea igual a cero para las arcas del gobierno. Todo esto se puede cristalizar de la siguiente manera

$$dTi\ \alpha_i = dT_{i+k}\ \alpha_{i+k}$$

es decir si el gobierno reduce en el periodo i $\alpha_i$ dTi pesos por persona en un futuro i + k deberá incrementarlos por el mismo monto $dT_{i+k}\ \alpha_{i+k.}$

Primero estudiaremos el caso en que el gobierno no posee información perfecta, es decir, no podrá saber la composición de la población en cada momento, lo único que el percibirá es la siguiente ecuación;

$$\sum_{i=0}^{i=n} \alpha_i \left\{ \gamma^0 P^i(Y-Ti) + \gamma^1 P^{i-1}(Y-T_{i-1}) + \gamma^2 P^{i-2}(Y-T_{i-2}) \right\} = \sum_{i=0}^{i=n} w_i$$ donde los subíndices asumen el valor cero cuando i<2

que no es otra cosa que el valor presente de la riqueza de las n cohortes consideradas, pudiéndose advertir aquí que solo se disponen de dos tipos de información, el monto global en valor presente de la riqueza de todos los individuos y el número total de habitantes en cada momento del tiempo.

En otros palabras el gobierno no puede distinguir las edades de los individuos sobre los que recae dicha operatoria, es decir no puede discriminar por lo tanto si en el periodo uno se produce una baja impositiva $dT_1$ afecta a la población en su conjunto y no a un grupo en particular.

Otro supuesto crucial del modelo es la tasa de crecimiento de la población ya que se tendrán disímiles resultados sobre valor presente de la riqueza si esta es creciente , nula o decreciente, por ende se intentara abarcar todos los casos posibles..

Examinemos primero el caso en que la tasa de crecimiento es nula, caso tratado por *Frenkel y Razin*[3], donde las distintas cohortes que nacen van renovando la población pero la cantidad de personas que existen en el país es constante, hecho que se da cuando la tasa de mortalidad es exactamente igual a la tasa de nacimiento.

Así tendremos que bajo información imperfecta se debe cumplir

$$dT_i\alpha_i \{ \gamma^0 P^i + \gamma^{i-1} P^1 + \gamma^2 P^{i-2} \} = - dT_{i+k}\alpha_{i+k} \{ \gamma^0 P^{i+k} + \gamma^1 P^{(i+k)-1} + \gamma^2 P^{(i+k)-2} \}$$

y debido a que $dT_{i+k}\alpha_{i+k} = dT_i\alpha_i$ y el volumen de la población no ha variado, el efecto riqueza a nivel macroeconómico es nulo ya que el ingresos se ha mantenido constante después de que el Estado ejerció su operatoria sobre la población en su conjunto, o lo que es lo mismo, el beneficio que recibió la generación i es compensado por el aumento de gravámenes soportado por la nueva cohorte y así el efecto riqueza entre los distintos periodos es nulo.

En el caso de que enfrentemos una tasa de crecimiento positiva (constante, para simplificar) y aplicando exactamente las mismas acciones descriptas, hallaremos una particularidad bastante interesante, y es que debido a que la población en i+k es superior a la que existía en i, la carga impositiva sobre el conjunto de personas es mayor, produciéndose de esta manera una disminución en la riqueza generacional, ya que mas personas están soportando el incremento del impuesto que las que se beneficiaron con la rebaja. Esto se puede ejemplificar sin perdida de generalidad, de la siguiente manera:

$$dT_i\, \alpha_i \{ \gamma^0 P^i + \gamma^{i-1} P^1 + \gamma^2 P^{i-2} \} < - dT_{i+k}\, \alpha_{i+k} \{ \gamma^0 P^{i+k} + \gamma^1 P^{(i+k)-1} + \gamma^2 P^{(i+k)-2} \}$$

Sabemos que para mantener el equilibrio en las cuentas fiscales $dT_{i+k}\alpha_{i+k} = dT_i\alpha_i$ pero dado que la población crece a una tasa t,

$$\{ \gamma^0 P^i + \gamma^{i-1} P^1 + \gamma^2 P^{i-2} \} < \{ \gamma^0 P^{i+k} + \gamma^1 P^{(i+k)-1} + \gamma^2 P^{(i+k)-2} \}$$

el efecto riqueza es negativo.

A diferencia de la primera situación, está efectivamente altera las arcas del Estado. Debido a que luego de la se producirá un superávit con la política aplicada, una posible solución es que este superávit se devuelva mediante transferencias a las sujetos que viven en i+k, o también se podrían aumentar la provisión de bienes públicos, pero aquí se supone que el gobierno ya tiene una senda de gasto óptimo para las distintas generaciones.

Seguramente con la primer alternativa arribaremos a una conclusión muy similar a la expuesta en el primer caso y tal vez con la segunda podríamos llegar a una situación que no sea óptima si se parte del supuesto que el gobierno ya tiene una senda de gasto óptimo dada en el tiempo.

En el tercer caso si consideramos una tasa de crecimiento negativa, vemos que se invierten las conclusiones anteriores. Aquí ocurrirá que, manteniéndose $dT_{i+k}\alpha_{i+k} = dT_i\alpha_i$ , el efecto sobre la riqueza poblacional será positivo, es decir se incrementará el valor de la riqueza de los individuos, ya que las personas que pagan el incremento del impuesto son menores a las que se beneficiaron con la rebaja, pero no hace falta explicar que esta es una política insostenible durante un periodo prolongado de tiempo, ya que ocasiona un creciente deterioro de las cuentas fiscales y si los hacedores de política desearan salvar este inconveniente tendríamos que modificar la siguiente igualdad $dT_{i+k}\alpha_{i+k} = dT_i\alpha_i$ obteniendo

[3] *Frenkel, Jacob y Assaf Razin:* “Fiscal Policies and Growth in the World Economy”, The MIT Press, Cambridge, Massachussets, 1996.

como resultado $dT_{i+k}\alpha_{i+k} > dT_i\alpha_i$ y por ende se creará una excesiva carga de gravamen sobre las personas vivas en i+k logrando así obtener un efecto riqueza intergeneracional igual a cero.

Como se puede advertir, bajo estos supuestos no es posible generar incrementos en el valor presente de la riqueza de las n generaciones, es decir, no existe el efecto riqueza a nivel macroeconómico tal como lo hemos definido en paginas anteriores

Volviendo al eje principal del trabajo se alterarán algunos supuestos, como por ejemplo se comenzará a trabajar con una tasa de crecimiento de la población (t) constante durante el transcurso de los periodos de análisis. Otro punto a tener en cuenta es que los hacedores de política tendrán información perfecta acerca de la composición de la población, durante todos los periodos de tiempo.

A la definición de riqueza expuesta al comienzo del análisis se le introducirá una pequeña modificación, que jugará un papel importante en las políticas ejercida por el Estado. Este cambio es la inclusión de la deuda tomada por las distintas generaciones con el exterior a una tasa de interés variable, el criterio a seguir es captar como afectan esta batería de políticas a dicha tasa de interés y como esto perjudica a los individuos que tienen una posición deudora frente al resto del mundo; el monto de esta deuda será una proporción $\lambda$ del total de las obligaciones tomada en el momento i, además se impone al modelo que la deuda de cada generación será saldada por ella misma de forma tal que no existan herencias intergeneracionales. Lo que se busca con esto es darle al modelo un marco de mayor claridad para el análisis. Además, aislar este comportamiento no produce ningún cambio significativo sobre las conclusiones arribadas, pero nos brinda la ventaja de focalizarnos más aun en las ideas del modelo.

Luego de esta breve introducción se procederá a transcribir en forma algebraica lo expuesto recientemente:

$$\alpha_0 \gamma^0 P^0(Y-T_0) + \alpha_1 \gamma^1 P^0(Y-T_1) + \alpha_2 \gamma^2 P^0(Y-T_2) - \alpha_0\lambda P^o(1+ R^*)B_0E = W_1$$

$$\alpha_1 \gamma^0 P^1(Y-T_1) + \alpha_2 \gamma^1 P^1(Y-T_2) + \alpha_3 \gamma^2 P^2(Y-T_3) - \alpha_1\lambda P^1(1+ R^*)B_0E = W_2$$

.

..

$$\alpha_{n-2}\gamma^0P^{n-2}(Y-T_n-2) + \alpha_{n-1} \gamma^1 P^{n-2}(Y-T_{n-1}) + \alpha_n \gamma^2 P^{n-2}(Y-T_n) - \alpha_{n-2} \lambda P^{n-2}(1+ R^*)B_0E = W_{n-2}$$

sumando ambos miembros se llega a

$$\sum_{i=0}^{i=n} \alpha_i \{ \gamma^0 P^i(Y-Ti) + \gamma^1 P^{i-1}(Y-T_{i-1}) + \gamma^2 P^{i-2}(Y-T_{i-2})\} - \sum P^i \alpha_i \gamma^0(1+ R)B_iE = \sum_{i=0}^{i=n} w_i$$

donde $\lambda$ es la proporción de la población que es deudora neta del resto del mundo y E representa un tipo de cambio fijo.

## 3 -<u>El plan de acción:</u>

En este apartado se detallará el plan de acción del Estado, entendiendo como tal a la política destinada a maximizar, de ser posible, al efecto riqueza intergeneracional bajo los supuestos mencionados.

Primeramente habría dejar en claro un aspecto sobre la formación de la población que puede llevar a confusiones y que es relevante, y es: ¿a quién representa $(\gamma^0 P^i)$?

Básicamente cuando hablamos de $(\gamma^0 P^i)$ no nos estamos refiriendo a la población en su conjunto, es decir a recién nacidos, o personas adolescentes que no tienen ningún tipo de obligación impositiva con el fisco, sino todo lo contrario. Por ejemplo, el valor de $\gamma^0P^i$ en el período cero es el total de población que iguala o supera la mayoría de edad y por lo tanto

está en obligación de pagar impuestos, obviamente que aquí se dejan de lado todas las reglamentaciones legales que implica el pago de impuestos por parte de los individuos y solo se considera que a partir de que una persona cumple la mayoría de edad se encuentra en la obligación de pagar impuestos al Estado.
Dado que en este caso se cuenta con información perfecta, en el sentido de que se puede distinguir sobre qué parte del total de la población se están aplicando los gravámenes, podremos realizar una política mas selectiva o sea que de esta manera se pueden aplicar distintos impuestos según sea la cohorte considerada.

Pero siempre tendremos que la reducción de los mismos se aplicará en el periodo cero para todas las generaciones, el fin de esto es que este impulso sobre la demanda agregada recaiga sobre la mayor cantidad de individuos y no sobre unos pocos ya que como se recordará $\gamma^0 > \gamma^2$ debido a las muertes de cada generación.
Al disminuir los impuestos, para un sendero de gasto público dado, se produce un aumento en el déficit corriente que se cerrará mediante la toma de deuda en el mercado de capitales local o externo según sea el caso considerado lo que implica que en un periodo futuro se deberá saldar la deuda tomada hoy y para ello se procederá a incrementar los impuestos en un mismo monto a valor presente, es decir se seguirá aplicando $dTi\, \alpha_i = dT_{i+k} \alpha_{i+k}$ como regla general aquí el valor de k solamente puede asumir los valores uno o dos ya que se le ha impuesto al modelo que cada generación salde la deuda que ha tomado el Estado para financiar el descenso impositivo inicial, lo que no quiere decir que la generación i paga el total de la deuda generada por ella misma, sino que la deuda se cancelará en el ultimo periodo de vida de cada cohorte.
Cabe mencionar nuevamente que $dTi\, \alpha_i$ , no es el monto global de impuesto, sino que representa la variación de la carga impositiva aplicada a cada persona.
El problema aparece en el periodo i+k cuando se produce el incremento impositivo, debido a que existe una cantidad menor de personas vivas de la generación en cuestión, esto ocasionará ,que el monto recaudado sea menor que el necesario para saldar la deuda tomada en el periodo i que posibilitó dicha reducción impositiva a la generación en cuestión, teniendo esto como consecuencia la insostenibilidad de estas acciones en el largo plazo.

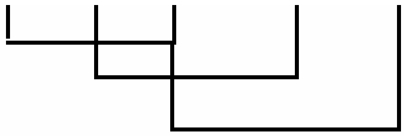
El monto del déficit fiscal para este caso será de una magnitud:

$$dT^* \alpha_i P^i(\gamma^0 - \gamma^2) > 0$$

Esto muestra que una mayor cantidad de personas se vieron beneficiadas ya que $\gamma^0 > \gamma^2$, siendo igual al efecto riqueza bruto ocasionado sobre la generación i , como se puede observar este resultado se da, no porque dicha acción por parte del gobierno haya generado un aumento genuino de riqueza (ya que no hemos considerado ninguna función de producción), sino porque una proporción de personas han muerto en el transcurso del tiempo, entre el período i y el i+k, periodo en el que se lleva a cabo la recaudación necesaria para saldar la obligación tomada por parte del gobierno en el periodo cero, logrando de esta manera que el balance sobre toda la generación sea un efecto riqueza positivo, debido a que la cohorte en cuestión está pagando una suma menor que la cantidad de impuestos recaudada por la autoridad estatal.
Una forma de solucionar el inconveniente del déficit o lo que es lo mismo de la insostenibilidad ínter temporal de esta maniobra, es considerar la posibilidad de que el Estado aplique junto al incremento de los impuestos lump sum un impuesto per cápita en i+k para la población en su conjunto buscando con ello hacer participe de la financiación del desfasaje de las cuentas del Estado a las generaciones en su conjunto.

Sabemos que el comportamiento de la población se puede graficar como se sigue a continuación:

$\varphi_0$ $\varphi_1$ $\varphi_2$ $\varphi_3$ $\varphi_4$ .......................................



En la figura se puede apreciar que en cada periodo $\varphi_i$ se superpondrán las distintas cohortes, por ejemplo en el periodo cero nace la generación cero, que vive tres periodos 0, 1 y 2, en el periodo 1 nace la generación 1 que también vivirá tres periodos, y así sucesivamente, obteniendo de esta manera que, por ejemplo, la población agregada en el periodo dos estará compuesta por una proporción $\gamma^2$ de la generación nacida en el periodo cero, una proporción $\gamma^1$ de la población nacida en el periodo 1 y por ultimo de una proporción $\gamma^0$ de personas nacidas en el periodo dos, los valores que pueden asumir los parámetros $\gamma$ son $0< \gamma^2 <\gamma^1 <\gamma^0<1$.

De esta manera se contarán con dos instrumentos para dos objetivos: el primero es maximizar el efecto riqueza de la generación en su conjunto y el segundo, y no menos importante, es lograr la consistencia ínter temporal de esta maniobra.
Como ya se ha explicado, a la ecuación que representa el valor presente de la riqueza cada cohorte se le ha agregado la deuda que tienen los residentes del país con el resto del mundo para poder considerar también el costo extra que recae sobre los individuos. A continuación vamos a suponer que el país local al momento de reducir los impuestos decide tomar deuda con el resto del mundo y no a nivel local, por cuestiones de costo; si consideramos dada tanto la oferta como la demanda de fondos internacionales, el incremento en la demanda inducido por nuestro país causará un incremento en la tasa de interés en el resto del mundo y esto impactara de forma negativa sobre los individuos locales que tomaron deuda a una tasa de interés variable.
Cabe mencionar además que la magnitud de estas variaciones dependerá fundamentalmente de los supuestos o características del mercado de capitales analizado, como así también de las elasticidades de oferta y demanda de crédito y a su vez de la magnitud del volumen de crédito necesario para financiar la menor cantidad de ingresos ocasionada por la reducción impositiva.

Hasta aquí se puede deducir que la generación i es beneficiada en su conjunto por la política impositiva, al favorecer a aquellos individuos que no se encuentran vivos al momento del incremento de los gravámenes, pero también se deberán tener en cuenta no solo estos beneficios sino también el costo de endeudamiento ocasionado por la variación positiva de la tasa de interés, es decir, se está tratando de dilucidar el beneficio marginal neto de estas acciones, identificando primero el beneficio y luego el costo marginal.
A simple vista uno puede prever hasta aquí que a nivel individual, sin considerar por el momento los impuestos per cápita, que el efecto sobre la riqueza es o total o nulo, es decir hay personas que se beneficiaron con un incremento de su riqueza real, estas serian las personas fallecidas, y otras que no sufrieron una alteración en el valor presente de su riqueza y que son aquellos individuos que soportaron tanto la reducción como el aumento de los impuestos. Sin embargo, esto cambia sustancialmente cuando se considera los mencionados gravámenes per capita destinados a saldar los diferentes déficit generados.

Esto último ocasionará un cambio en los resultados arribados anteriormente ya que si bien existe un gran numero de personas que se benefician con un incremento en el valor presente de sus ingresos, existe un grupo menor que se ven “perjudicados” ya que verán reducidos sus flujos de ingresos.

En este momento sería útil introducir otros supuestos basándonos en hechos ocurridos históricamente, como por ejemplo la relación entre el nivel de ingresos y la esperanza de vida, ya que si uno analiza ciertas estadísticas, principalmente en los países subdesarrollados, se puede observar que las personas de mayores ingresos son aquellas que tienen una mayor esperanza de vida; ya que a lo largo del siglo XX los indicadores

nacionales de la esperanza de vida han estado íntimamente relacionados con el PNB per. cápita, veremos que, en general, cuanto más alto es el ingreso per cápita de un país, mayor es la esperanza de vida. Otro punto importante es que la salud y la longevidad de los habitantes de un país se reflejan en la estructura de su población por edades, es decir, los porcentajes de los diferentes grupos de edad en la población del país.
Además la educación, particularmente de niñas y mujeres, trae aparejados grandes beneficios, porque las esposas y madres que conocen las ventajas de los estilos de vida salubres reducen los riesgos que amenazan la integridad física de las familias y esto esta íntimamente relacionado con el nivel de ingresos de las personas.
En base a todo esto se podría inferir que existe una mayor probabilidad de no recibir un efecto riqueza positivo por las personas de mayores ingresos, ya que serán ellas las encargadas de retribuir al fisco por el beneficio recibido en el periodo uno.

Si bien aquí no se realiza un estudio profundo de la distribución del ingreso ni tampoco se ha hecho una distinción entre grupos sociales, me parece interesante desde un punto de vista teórico, mencionar que es muy probable que los estratos sociales mas altos sean los menos beneficiados, no solo porque son ellos los que mas probabilidades tienen de vivir los tres periodos, sino porque además son ellos los que toman deuda con el resto del mundo y por ende son los afectados por las modificaciones en la tasa de interés, siendo las personas de menores recursos las que tienen menores posibilidades de vivir hasta el periodo tres y por lo tanto muchos de ellos se verían beneficiados por un incremento en sus ingresos.

Debería quedar en claro que los renglones escritos anteriormente no son una afirmación, sino una hipótesis sobre si dichas acciones serian de tipo regresivas o progresivas.

Retomando el eje principal del trabajo, rescribiremos la ecuación de riqueza de una generación representativa y veremos de qué manera actuarán las políticas mencionadas y cuál es la estrategia óptima por parte de los hacedores de política, tomaremos como cohorte representativa la generación cero, pudiendo escribir las hipótesis mencionadas de la siguiente manera:

$$\alpha_0 \gamma^0 P^0(Y-T_0) + \alpha_1 \gamma^1 P^0(Y-T_1) + \alpha_2 \gamma^2 P^0(Y-T_2) - \alpha_0 \lambda P^o \gamma^0 (1+ R^*)B_0E = W_0$$

Luego, para este caso particular tenemos

$$dT_0\, \alpha_0 = dT_2\, \alpha_2$$

es decir: la reducción de impuestos en el periodo uno debe ser igual en valor presente al incremento realizado en el periodo dos.

En base a lo expuesto y considerando un comportamiento sistemático por parte de los hacedores de política, podemos determinar la función del efecto de dicha maniobra fiscal sobre la generación cero que la denotaremos con $\Phi(dT_0)$:

$$\Phi(dT_0) = dT_0\, \alpha_0 P^0(\gamma^0 - \gamma^2) - \alpha_0 \lambda P^o(1+ R^*( dT_0, d, o))B_0E$$

El primer termino se refiere al efecto riqueza bruto ocasionado por la variación de una magnitud impositiva $dT_0\, \alpha_0$ y el segundo término implica el costo sobre la sociedad de este manejo fiscal vía aumento de la tasa de interés.

Debido al marco que le estamos imponiendo al modelo, la tasa de interés que rige entre estos dos países pasa a depender de la magnitud en la disminución de impuestos, ya que se considera que al momento previo de que el gobierno demande fondos para la

financiación del gasto, el mercado de crédito externo se encontraba en equilibrio; aquí la función R*( $dT_{0,}$ ) representa cómo se ve afectada la tasa de interés externa de equilibrio de corto plazo; por ejemplo tenemos que cuando $dT_0$ asume el valor cero implica que no se ha ejercido ninguna acción por parte del Estado y por lo tanto se mantendrá el equilibrio que prima en el resto del mundo, pero a medida que esta variable asuma valores positivos provocará cambios en la tasa de interés de corto plazo ya que existe un cierto grado de sustitución entre los activos con diferentes niveles de caducidad que se encuentran a disposición tanto en el mercado de crédito local como en el mercado externo.
En base a los supuestos desarrollados hasta aquí, junto con la posibilidad de tener información perfecta y tener además funciones de política para cada generación independientes, debido a que los impuestos per capita utilizados para financiar el déficit generado se consideraran exógenos, se concluye que el gobierno deberá maximizar la función propuesta anteriormente tomando la derivada de dicha función respecto a la variable $dT_0$ llegando al siguiente resultado:

$$d\Phi/dT_0 = \alpha_0 P^0(\gamma^0 - \gamma^2) - \lambda E P^0 B_0 dR^*/dTi = 0$$

de aquí se deduce que

$$(\gamma 0 - \gamma 2)/EB_0\lambda = dR^*/dT$$

Esto quiere decir que en el óptimo la magnitud del monto de la política fiscal que se destinará a la rebaja de impuestos debe ser tal que la proporción del efecto riqueza bruto sobre la deuda tomada a tasa de interés variable debe igualar el efecto de la política sobre la tasa de interés de equilibrio afectada por el aumento de la demanda de fondos.
Luego de este proceso surgen las funciones de política fiscal óptimas, que denotaremos de la siguiente manera $dTi^*(\gamma, \sigma, B\text{-}1)$, y que no son otra cosa que la representación de la acción óptima por parte del Estado según la estructura de las n generaciones consideradas aquí.
En base a las condiciones óptimas de primer orden se puede advertir que un aumento del endeudamiento externo, sea por el monto de la deuda inicial o de la proporción de la población endeudada, producen que la intervención del Estado sea reducida, a igual conclusión se arribará en el caso de una devaluación de la moneda local.

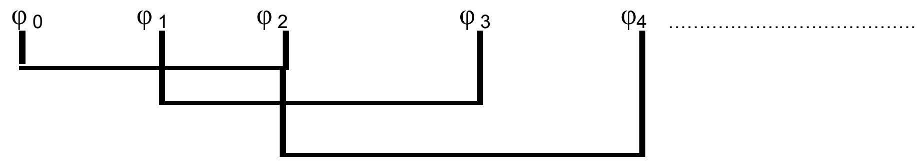
Considerando que la estructura de las generaciones, es decir su composición y la característica de los mercados de capitales se mantienen estables en el tiempo, se deduce fácilmente que el monto impositivo aplicado por individuo es el mismo para todo i, logrando mantener en el tiempo la siguiente senda de imposición óptima para las n cohortes del modelo:

$$dT0\ \alpha\ 0 = dT2\ \alpha\ 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ dTi\ \alpha\ i.$$

Se supondrá que la estrategia aplicada se realizará hasta el periodo n-2, pero los impuestos per cápita alcanzarán hasta la generación n, para saldar el déficit generado por la cohorte n-2 , este corte se le impone al modelo para no terminar generando un esquema de Ponzi.

Como se mencionó mas arriba, se puede observar que esta política genera un déficit en las cuentas del Estado, al ser menor la población sobre la cual se recaudan los impuestos. Para solucionar este inconveniente el Estado aplicará impuestos per cápita, tanto a los individuos de la generación i como a los individuos de las otras generaciones que se encuentran vivos en el periodo i+ k.

La justificación de los impuestos per cápita es que si se induce a las distintas generaciones a solventar los déficit generados por sus antecesoras se podrá lograr reducir la carga impositiva de cada cohorte, logrando de esta forma sacar el máximo provecho a la tasa de crecimiento poblacional, a modo de ejemplo, y siguiendo nuevamente el esquema grafico, queda en evidencia que la generación que nace en el periodo dos $\varphi_2$ soporta una carga de impuestos para financiar el déficit generado por la generación cero, luego en su segundo período de vida soportará unos impuestos para financiar los déficit de la generación uno y por último en el periodo tres soportará una proporción menor de impuestos destinada a financiar el déficit generado por ella misma, de esta forma se busca sacar el mayor rendimiento a la superposición de generaciones.




Hemos hecho mención que se aplicaran impuestos per cápita, pero: ¿cómo se determinarán?, ¿serán los mismos para todas las generaciones? , ¿la presión tributaria será constante?

A partir de aquí se intentará dar respuesta a estos interrogantes; primero se definirá como se aplicarán las tres tasas impositivas para cada generación en cada periodo de tiempo. Se pretende continuar con la formulación mas simple de política definida bajo todos las hipótesis mencionadas, o sea, suponemos que el déficit generado por la política de gasto aplicada a la generación i ; $dTi^* \; \alpha_i(\gamma 0 - \gamma 2)$, es igual para toda las generaciones, de esta forma el déficit crece a la tasa que crece la población, donde $dT^*i$ es solución del sistema de políticas planteado en paginas anteriores.

Mediante el siguiente sistema impositivo se buscará evitar la inconsistencia temporal de las acciones del Estado:

Primero llamaremos “A” al déficit de política $dT_0^* \; \alpha_0(\gamma 0 - \gamma 2)$ generado por la primera generación.

El déficit per cápita en cada momento del tiempo es

$$AP^{i-2}/(P^i \gamma^0 + P^{i-1} \gamma^1 + P^{i-2} \gamma^2)$$

donde el numerador representa el déficit total generado por la generación i-2, que nació en dos periodos anteriores y el denominador es la población total en el momento que nace la generación i, aquí se puede observar que existen en la sociedad personas pertenecientes a la generación i-2 , i-1 e i , o sea que nunca se superpondrán mas de tres generaciones por periodo.

A continuación se detallarán los gravámenes soportados por una cohorte representativa i.
Del total del déficit generado por la cohorte i-2 la generación i participara en una proporción

$$P^i \gamma^0/(P^i \gamma^0 + P^{i-1} \gamma^1 + P^{i-2} \gamma^2)$$

siendo el total del gravamen

$\tau_0 \rightarrow \quad AP^{i-2}\, P^i\, \gamma^0 / (P^i \gamma^0 + P^{i-1} \gamma^1 + P^{i-2} \gamma^2)$

Siguiendo este razonamiento cuando vive un periodo deberá ayudar a saldar un déficit por un monto de $AP^{i-1}$

$AP^{i-1} /(P^{i+1} \gamma^0 + P^i \gamma^1 + P^{i-1} \gamma^2)$ representa el déficit per. cápita

Como la cantidad de personas pertenecientes a cada cohorte crece a una tasa t, podemos escribir que $P^{i-1} = P^{i-2}(1+t)$, al mismo tiempo se puede observar cómo se modifica el denominador luego de un periodo $(P^i \gamma^0 + P^{i-1} \gamma^1 + P^{i-2} \gamma^2) < (P^{i+1} \gamma^0 + P^i \gamma^1 + P^{i-1} \gamma^2)$, pero este también se puede escribir como $(P^i \gamma^0 + P^{i-1} \gamma^1 + P^{i-2} \gamma^2)(1+t)$. Estas aclaraciones son de gran utilidad para entender y derivar las cuentas que se detallaran a posteriormente.
Siendo en definitiva el impuesto en el periodo uno

$\tau_1 \rightarrow \quad AP^{i-1}\, P^i\, \gamma^1 /(P^{i+1} \gamma^0 + P^i \gamma^1 + P^{i-1} \gamma^2)$

Y por ultimo tendremos un déficit per cápita

$AP^i /(P^{i+2} \gamma^0 + P^{i+1} \gamma^1 + P^i \gamma^2)$

Con un impuesto para la generación i igual a :

$\tau_2 \rightarrow A(P^i)^2 \gamma^2/(P^{i+2} \gamma^0 + P^{i+1} \gamma^1 + P^i \gamma^2)$

Se aprecia fácilmente que la presión tributaria global, por llamarla de alguna manera, se mantiene constante ya que la población crece a la misma tasa en a que lo hace el déficit, también se desprende de estas ecuaciones que la generación i tiene una participación mayor en la financiación de déficit menores, y esta participación va decreciendo a un ritmo mayor que el crecimiento de la población, esto es lo que posibilita en gran parte generar un efecto riqueza neto positivo para las diferente cohortes, como se demostrará a continuación.
En base a lo expuesto hasta el momento se puede decir que el efecto riqueza neto será positivo si la generación i devuelve al Estado una cantidad de impuestos en valor presente menor que la rebaja impositiva inicial y será negativo en caso contrario

El efecto riqueza neto de la generación se define como:

$ERi = dTi\, \alpha_i P^i(\gamma^0 - \gamma^2) \; -(\tau_0+\tau_1+\tau_2)$ (*)

Aquí se puede percibir que el primer término es lo que llamamos al comienzo del articulo “efecto riqueza bruto”, pero como se recordará si solo consideramos esta parte del ERi tendremos una política inconsistente intertemporalmente, debido a que con el transcurso del tiempo no se podría hacer frente a la deuda tomada, para financiar el gasto público, sin un incremento impositivo mayor a $dTi\, \alpha_i$ .

Si sustituimos cada término desarrollado anteriormente en la ecuación del ERi (*), tendremos el siguiente resultado:

$ERi= AP^{i+2} - (AP^i \gamma^0 P^{i+2}/a1 - AP^{i+1} \gamma^1\, Pi+2/a1(1+t) - AP^{i+2} \gamma^2\, P^{i+2}/a1(1+t)^2)$

El interrogante lógico que uno se podría plantear es si realmente el ERi es positivo, esto será así si el efecto riqueza bruto es mayor que los impuestos per cápita aplicados a cada generación para financiar tanto los déficit de sus antecesoras como el de ella misma, luego algebraicamente, el ERi será positivo si se cumple que:

$A\,\gamma^0\,P^i/a1 + A\,P^{i-2}(1+t)\,P^i\,\gamma^1/a1(1+t) + A\,P^{i-2}(1+t)\,P^i\,\gamma^1/a1(1+t) < A\,P^{i-2}(1+t)^2$ (1)

Siendo

t= la tasa de crecimiento poblacional

$a1=(P^i\,\gamma^0 + P^{i-1}\,\gamma^1 + P^{i-2}\,\gamma^2)$, aquí a1 representa al total de la población que se encuentra viva al nacer la generación i.

Tomando $A\,P^{i-2}$ como factor común podemos escribir (1) de la siguiente manera

$$\gamma^0\,P^i/a1 + \gamma^1\,P^i/a1 + \gamma^2\,P^i/a1 < (1+t)^2$$

$$P^i(\gamma^2 + \gamma^1 + \gamma^0)/\,(P^i\,\gamma^0 + P^{i-1}\,\gamma^1 + P^{i-2}\,\gamma^2) < (1+t)^2$$

$$P^{i-2}(1+t)^2\,(\gamma^2 + \gamma^1 + \gamma^0)/\,(P^i\,\gamma^0 + P^{i-1}\,\gamma^1 + P^{i-2}\,\gamma^2) < (1+t)^2$$

$$P^{i-2}\,(\gamma^2 + \gamma^1 + \gamma^0)/\,(P^i\,\gamma^0 + P^{i-1}\,\gamma^1 + P^{i-2}\,\gamma^2) < 1$$

$$(\gamma^2 + \gamma^1 + \gamma^0)/\,((1+t)^2\,\gamma^0 + (1+t)\,\gamma^1 + \gamma^2) < 1 \qquad (2)$$

En (2), se ha reducido al máximo la expresión representativa de ERi, quedando así al descubierto el motor que permite que este término sea positivo, y que no es otra cosa que la tasa de crecimiento de la población, dado que si esta es nula el ERi también lo será.

Luego podemos asegurar que:

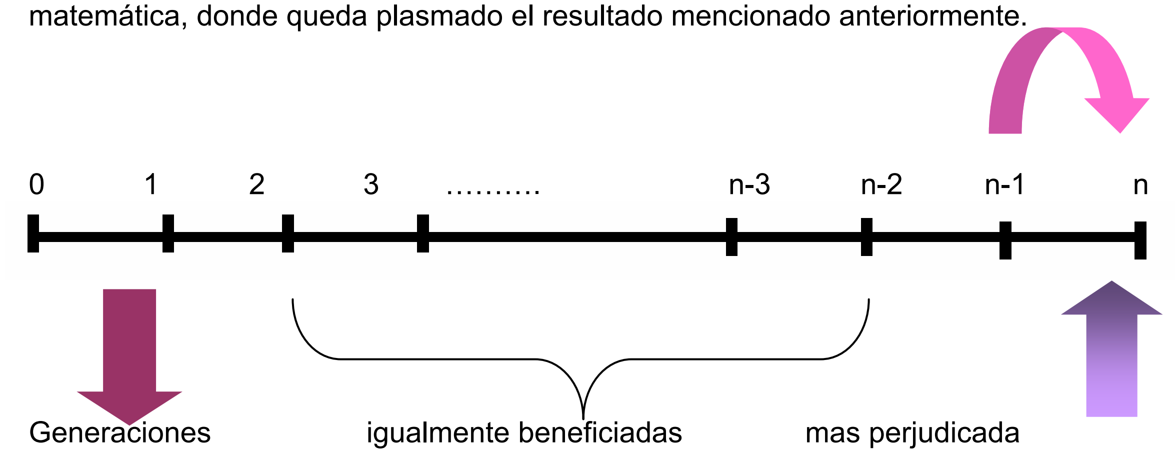
$$ER_i = dT_i^*(\gamma^0 - \gamma^2)P^i - (\tau_0 + \tau_1 + \tau_2) > 0 \rightarrow \forall i$$

Debido a que esto se cumple para todo i,se concluye que el efecto riqueza es positivo para la generación en cuestión, por lo tanto si esta política se aplica genera un incremento en la riqueza de toda cohorte afectada por dicha maniobra.

Para evitar la formación de un “esquema de Ponzi” se le dará un corte temporal de tipo transversal a este conjunto de acciones en el momento que nace la generación n-2.

La incidencia que tendrá esto sobre las dos ultimas cohortes, n-1 y n es negativa por tener que solventar parte de los déficit generados por sus antecesoras sin verse beneficiadas por la rebaja inicial con que se vieron favorecidas las n-2 cohortes anteriores.

A continuación  se demostrara que la sumatoria de los efectos riqueza netos es positiva y este valor será creciente con la cantidad de periodos aplicados.
Debido a que este "desorden" de acciones puede generar confusiones, se procederá a una explicación grafica en base a una línea de tiempo, para luego proceder a la demostración matemática, donde queda plasmado el resultado mencionado anteriormente.




más beneficiadas

Aquí tenemos una línea de tiempo que describe el nacimiento de cada generación, como se puede apreciar durante el periodo de análisis tenemos n cohortes.

La dos primeras generaciones son las que en proporción reciben mayores beneficios, por el hecho de que deben contribuir al fisco con una cantidad menor de impuestos per cápita, por ejemplo, la generación 0 no debe financiar ningún déficit de ninguna cohorte anterior solamente tendrá que pagar un impuesto per cápita en el último periodo de vida de sus miembros destinado a financiar, en parte, el déficit que ella misma ha generado.

Bajo el mismo razonamiento, luego tendremos que la generación uno afrontará dos impuestos per cápita, uno destinado a financiar el déficit de la generación cero y otro destinado a solventar la deuda que el Estado tomó para poder realizar la rebaja inicial con que la cohorte uno se ha visto beneficiada.

Esto lo podemos escribir en forma algebraica de la siguiente manera:

El efecto riqueza  neto de la generación cero es

$$AP^0 \ - \ AP^0 \ \gamma\ {}^2P^0/a1 \qquad (1\text{-}a)$$

Donde como se recordará  $A= dTi^* \ \alpha_n(\gamma 0 - \gamma 2)$, pero dado que la estructura de las distintas generaciones se mantiene constante durante los n periodos tenemos que el monto de variación de los "gravámenes óptimos " por persona se mantiene constante en valor presente, es decir que, tendremos que:

$$dT_0\,\alpha_0 = dT_2\,\alpha_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ dT_i\,\alpha_{i}.,$$

a partir de esto podemos escribir la igualdad $A=dT_0^* \ \alpha_0(\gamma 0 - \gamma 2)$.

A su vez $P^0$ es el total de personas nacidas de la generación cero, y dado que las distintas cohortes crecen a la tasa t, estas se podrán escribir en función de $P^0$
Además tenemos que a1 es el total de la población en el país en el momento dos, es decir ( $P^2 \gamma^0 + P^1 \gamma^1 + P^0 \gamma^2$ ). Esta definición de a1 representando al total de la población viva en el periodo dos se mantendrá a lo largo de todo el trabajo, ya que en este periodo es el primer instante en el tiempo en que tenemos tres generaciones superpuestas, asimismo como la población crecerá a la tasa t, podemos escribir las diferentes poblaciones íntertemporales en función de la población del periodo en cuestión.

Así podemos interpretar $AP^0 - AP^0 \gamma^2 P^0/a1$ como el efecto riqueza bruto menos un impuesto per cápita en el momento de vida de la generación 0.

Siguiendo el mismo razonamiento el beneficio neto de la generación uno es

$$AP^o (1+t) – (AP^o \gamma^1 P^o (1+t)/a1 - AP^o \gamma^2 P^o (1+t)/a1) \qquad (1\text{-b})$$

Dentro del paréntesis podemos ver dos impuestos, uno es destinado a financiar su propia deuda y el otro para saldar la deuda de la generación cero.

Respecto a las generaciones igualmente beneficiadas, se podría decir que es aquí donde se aplica la política en forma regular, es decir, las cohortes se benefician proporcionalmente de igual manera siendo el total de los beneficios de estos grupos la sumatoria de ERi que va desde el instante dos hasta la generación n-2, pudiéndose expresar esto en forma algebraica de la siguiente manera:

$$\sum ERi = AP^0 \sum (1+t)^i \{1- [\gamma^0 + \gamma^2 + \gamma^1 /(1+t)^2 \gamma^0 + \gamma^1 (1+t)+\gamma^2 \qquad (1\text{-c})$$

A continuación procederemos a estudiar los dos últimos grupos, que son los menos favorecidos.

El primero de ellos es el grupo n-1, podemos decir que a este se le aplicará una acción de corto plazo, para no generar una carga impositiva demasiado pesada.
Dado que si esto no fuera así esta generación tendría que financiar parte del déficits de la cohorte n-3 y n-2 generando un costo muy elevado para sus miembros ya que no recibirían ningún beneficio inicial. Debido a esto al nacer este grupo los hacedores de política reducirán los impuestos en un monto dT* que serán cobrados en el primer periodo de vida de dicha cohorte, es decir cuando nazca la generación n.

Por el corte que se le ha impuesto al modelo respecto al número de generaciones beneficiadas, tenemos que, la cohorte n tendra un costo neto ya que solventará el desfasaje en las cuentas fiscales generado por el grupo representativo de la cohorte n-2 y parte también de su antecesora más próxima. Así representaremos matemáticamente estas maniobras de la siguiente manera:

La generación n-1, tendrá que afrontar el déficit de dos generaciones (n-3 y n-2)

$$AP^o \gamma^0 P^o (1+t)^{n-1}/a1 + AP^o \gamma^1 P^o (1+t)^{n-2}/a1 \qquad (1\text{-d})$$

Pero tendrá un beneficio de la siguiente magnitud

$$dT^* \alpha_{n-1}(\gamma^0 - \gamma^1)P^0(1+ t)^{n-1} \quad (1\text{-e})$$

que se financiará de la siguiente manera

$dT^* \alpha_{n-1}(\gamma^0 - \gamma^1)P^0(1+t)^{n-1}$ $\{ \gamma^2 P^o(1+t)^{n-2}/( \gamma^0 P^o(1+t)^{n-2} + \gamma^1 P^o(1+t)^{n-1} + \gamma^0 P^o(1+t)^n) \}$

este es el impuesto adicional que se le carga a la generación n-2 (1-f)

$dT^* \alpha_{n-1}(\gamma^0 - \gamma^1)P^0(1+t)^{n-1}$ $\gamma^1 P^o(1+t)^{n-1}/( \gamma^0 P^o(1+t)^{n-2} + \gamma^1 P^o(1+t)^{n-1} + \gamma^0 P^o(1+t)^n)$

impuesto adicional a la generación n-1 (1-g)

$dT^* \alpha_{n-1}(\gamma^0 - \gamma^1)P^0(1+t)^{n-1}$ $\gamma^1 P^o(1+t)^n/( \gamma^0 P^o(1+t)^{n-2} + \gamma^1 P^o(1+t)^{n-1} + \gamma^0 P^o(1+t)^n)$

impuesto adicional a la generación n (1-h)

detallaremos el último impuesto pagado por la generación n

$AP^o \gamma^0 P^o(1+t)^n/a1$ (1-g)

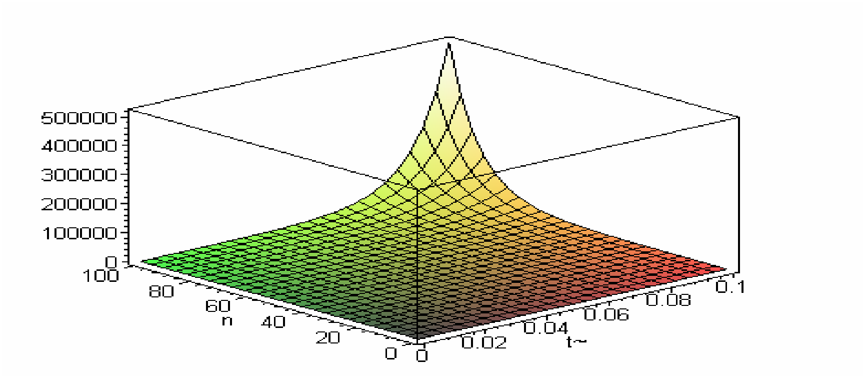
Ya hemos definido las principales ecuaciones del modelo, ahora combinaremos las mismas desde (1-a) a (1-g), para tener en valor presente la sumatoria de los n ERi generados sobre las distintas cohortes.
Para poder realizar un análisis profundo de los principales parámetros de las ecuaciones, se presentara distintas salidas del software MAPLE, y se explicaran los diferentes resultados.

Primero se generará una simulación para distintos valores de n y t, siendo n la cantidad de cohortes y t la tasa de crecimiento poblacional de esta manera tendremos que

$$AP^0\{\sum_{i=0}^{n-2}\{(1+t)^{i+2}\ [1-(\gamma^0+\gamma^1+\gamma^2/\gamma^0(1+t)^2+\gamma^1(1+t)+\gamma^2)]\} + AP^0\{-P^0(1+t)^{n+1}/a_1[\gamma^0(2+t)+\gamma^2]\}$$
$$+ AP^0\{-a_1^{-1}(\gamma^2 P^0+\gamma^1 P^0(1+t)+\gamma^2 P^0(1+t))+(2+t)\} + \mathrm{dT}*\alpha_{n-1}\ (\gamma^0-\gamma^1)P^0(1+t)^{n-1}$$
$$-\mathrm{dT}*\alpha_{n-1}\ (\gamma^0-\gamma^1)P^0(1+t)^{n-1}\ (P^0(1+t)^n\gamma^0+P^0(1+t)^{n-1}\gamma^1+P^0(1+t)^{n-2}\gamma^2)\ (a1(1+t)^{n-2})^{-1}$$

Esta suma no es otra cosa que la combinación de (1-a) a (1-g), mencionada anteriormente, el primer paso es asignar distintos valores a los parámetros del modelo, por ejemplo, a1, los distintos gamas, la población nacida en el periodo cero, la variación de impuestos óptima, y luego se graficara dicha suma en función de las dos variables mencionadas, que son tal vez las mas relevantes, como se recordara estas son la cantidad de generaciones y la tasa de crecimiento poblacional, luego en base a lo expuesto obtenemos los siguientes resultados:

**Grafico 1**

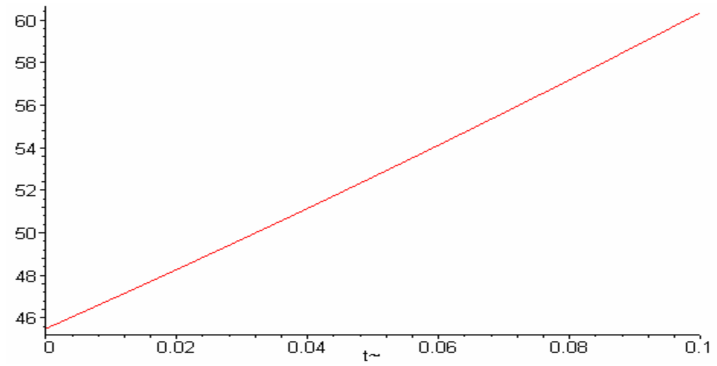



Se ha tomado como rango de variación de la tasa poblacional valores que van desde 0 hasta una tasa del 10 por ciento, mientras que los periodos varían desde 0 hasta 100, se puede observar fácilmente que para ningún valor de t ni de n la sumatoria de los ERi es negativa, esto confirma las hipótesis mencionadas al comienzo de este trabajo, logrando así mediante este tipo de maniobras provocar un incremento en el valor actual de la riqueza de las distintas generaciones.

Esto quedo demostrado cuando se llego a que para cada generación el efecto riqueza neto (ERi) era positivo para todo i , pero no solo eso, sino que además la suma de estos ERi supera con creces el costo neto soportado por las dos últimas generaciones. Esto puede parecer inconsistente por eso se explicará mas claramente en los siguientes renglones, pero antes de eso sería valioso a modo de ejemplificación realizar distintos cortes transversales a la grafica expuesta anteriormente, o sea vamos a observar como es el comportamiento de la suma manteniendo constante en un primer caso la cantidad de periodos y en el segundo caso la tasa de crecimiento poblacional dejando libre a n.

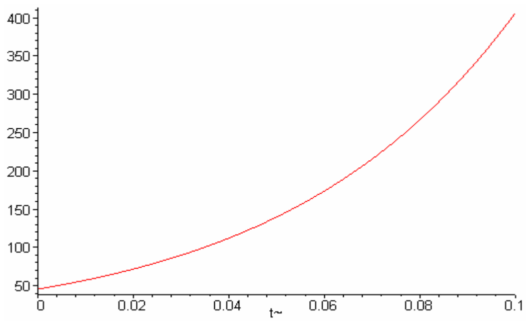
Seguiremos trabajando sobre la misma función expuesta en el grafico 1 pero en este primer caso dejaremos libre t, para una cantidad de n=5, pudiéndose observar que la función tiene un comportamiento cuasi lineal a medida que se va incrementando t

**Grafica 2**

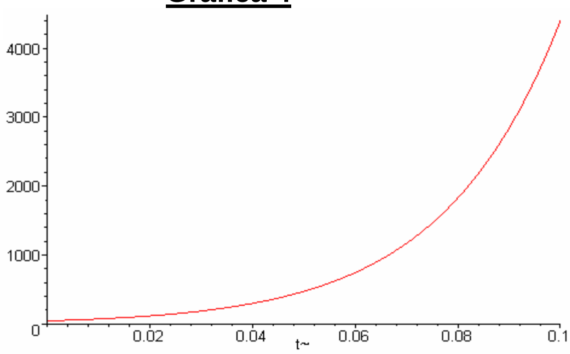



Un detalle que me parece importante aclarar es el hecho que si tenemos una tasa de crecimiento nula podemos tener un pequeño valor positivo en el eje vertical, esto se explica primero porque la generación cero no financia déficit de cohortes anteriores, por ende solo enfrenta un impuesto per cápita, y segundo, tenemos el caso muy similar de la generación uno, con la única diferencia que esta enfrenta dos gravámenes per cápita, uno para financiar su propio déficit y otro para solventar el de la generación cero.

**Grafica 3**



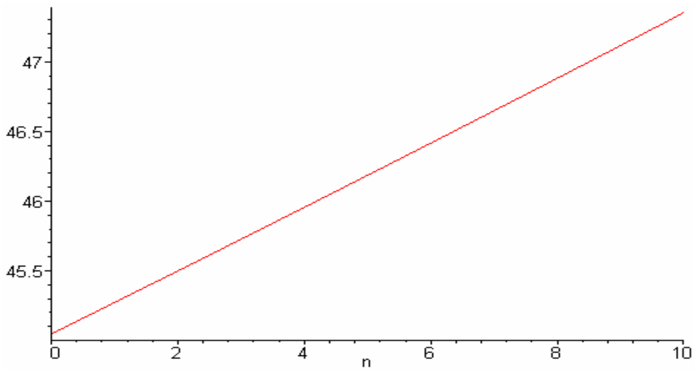

**Grafica 4**




En la grafica 3 y 4 modificamos el parámetro n, otorgándole el valor n=25 y n=50 respectivamente, vemos así que el valor presente de la sumatoria de los ERi, va tendiendo a un comportamiento exponencial a medida que se incrementan las generaciones, esto es congruente con el supuesto de la tasa de crecimiento poblacional.

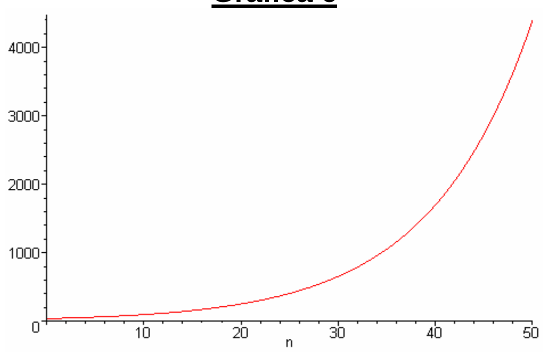
También se puede estudiar el comportamiento de dicha función, pero dejando como variable libre a n y fijando t, luego tendremos los siguientes resultados:

**Grafica 5**




Tenemos también aquí un comportamiento cuasi lineal con una tasa de crecimiento poblacional de solo el 0.5 % , se puede percibir que aun con un crecimiento de la población menor al 1% se puede lograr un efecto positivo sobre el ingreso de las distintas cohortes.

**Grafica 6**




Los incrementos en la tasa de crecimiento poblacional logran un efecto muy similar a los incrementos en n cuando la variable es t, es decir, el comportamiento de ∑ ERi se vuelve exponencial.

Para ir finalizando la idea de este trabajo sería interesante aclarar algunos puntos importantes.

El primero de ellos y tal vez uno de los mas importantes es dejar en claro que las cuentas del Estado quedan totalmente equilibradas, es decir, el valor presente de la reducción impositiva es exactamente igual al valor presente a la recaudación, logrando de esta manera saldar las deudas tomadas en cada momento del tiempo; se desprende inmediatamente que la riqueza global se mantiene constante, o sea que en definitiva no hubo un aumento de la riqueza genuina de los individuos tomados en conjunto.

¿Pero entonces que explica la función ∑ ERi? Dicha sumatoria expresa los beneficios de las distintas generaciones obtenidos por la acción del Estado, ya que gracias a esto cada cohorte devuelve a éste un monto menor de impuestos que la rebaja recibida "al nacer".

El hecho mas importante que permite este beneficio generacional descansa en el crecimiento de la población ya que gracias a ella cada cohorte puede ayudar a financiar déficit que son de una magnitud menor del que ella misma genera. Esto es justamente lo que permite sacar provecho del mayor número de personas existentes en cada instante del tiempo, pero como se explicó en las primeras páginas esto se debe combinar con una gran dosis de información por parte de los hacedores de políticas, debido a que sin ella no se podría lograr el resultado obtenido recientemente.

Además las personas que llegan a vivir los tres periodos tienen un costo neto impositivo, mientras que las personas que viven los dos primeros periodos reciben un beneficio neto. De aquí se concluye que habrá dos tipos de individuos: aquellos que se beneficiaron totalmente y aquellos que tiene que pagar mas impuestos que la rebaja recibida; la critica que surge inmediatamente de esto es que los individuos mas ancianos son los que en definitiva tienen que soportar en gran medida la carga de estas maniobras. Este inconveniente se trata de salvar mediante dos aspectos. El primero de ellos es tener en cuenta la relación existente entre la esperanza de vida y el nivel ingreso. El segundo es obligar al Estado a fijar los valores de $\gamma^i$ en función de la distribución del ingreso, exógenamente dada.

Si uno sigue este razonamiento e introduce estas política en un modelo de corte neokeynesiano, es decir en un ámbito en donde la formación de precios sea bajo una estructura empresaria oligopólica, se podrían obtener resultados interesantes ya que estas operaciones podrían inducir a los dueños del capital a invertir la reducción impositiva recibida en el periodo cero con el fin de alivianar la carga neta soportada en el ultimo periodo, mientras que los individuos de menores ingresos que según nuestras hipótesis tienen una mayor probabilidad de vivir solamente el periodo cero y uno, tendrán un efecto riqueza positivo, viéndose esto plasmado muy probablemente en un mayor consumo.

Realizando un análisis microeconómico un poco mas profundo se puede deducir que existe una fuerte relación entre las probabilidades subjetivas de vida y la propensión marginal a consumir de cada individuo, obviamente dejando de lado la posibilidad de que el individuo deje algún tipo de herencia, existiendo una correlación positiva entre su esperanza de vida y el nivel de ahorro.

Otro aspecto que me parece oportuno profundizar es lo que aquí se ha definido como el costo marginal que ocasiona la operación ejercida por parte del Estado, dado que solo se ha tomado como tal el incremento en la tasa de interés, pero existirían por lo menos dos factores más a tener en cuenta. Uno de ellos es el costo de aplicar estas acciones, como por ejemplo costos administrativos y de información, pero desde nuestro punto de vista el más importante es el costo de las distorsiones que se crean en la economía por la aplicación de gravámenes que no son lump sum.

## 4- Introducción al análisis micro:

En esta última sección, realizaremos un breve análisis microeconómico del comportamiento individual de las personas pertenecientes a cada generación.
Debido a que se trabajara bajo un marco clásico, entendiendo como tal a que cada agente maximizará su función de utilidad esperada sujeta a una restricción presupuestaria íntertemporal, no se realizará el desarrollo matemático en cuestión, sino que solo se mencionarán brevemente los resultados arribados.

Como se mencionó desde el comienzo del trabajo, cada individuo tiene la posibilidad de vivir 1, 2 ó 3 periodos con lo cual cada decisión que tome en las distintas etapas afectaran el consumo realizado en los restantes momentos.

Es por ese motivo que se considera que cada agente actúa mediante una función de reacción, siendo esta representativa del consumo optimo de cada periodo teniendo en cuenta el consumo realizado en momentos anteriores.

El planteo teniendo en cuenta estos aspectos será el siguiente. Cada agente tiene la posibilidad de elegir en dos momentos del tiempo, ya que la elección que realice en el momento 3 es el rezago de las elecciones tomadas anteriormente. En el momento uno el individuo tiene la posibilidad de vivir solo el primer periodo, vivir el primero y el segundo o vivir el tercer periodo. En el momento dos puede o bien pasar al periodo tres o bien morirse en el periodo dos, mientras que si llega al ultimo instante de la generación tendrá la certeza absoluta que morirá en ese periodo.

De esta manera tendremos el esquema que se detallará a continuación. En el momento uno el agente enfrentara el siguiente problema de decisión

Sujeto a

$$\max \eta U(C_1) + \phi U(C_1, C_2) + (1 - \eta - \phi) U(C_1, C_2, C_3)$$

$$C_1 = Y_1 + T - \tau_1 + B_1$$

$$C_2 = Y_2 - \tau_2 + B_2 - (1 + r / \varpi) B_1$$

$$C_3 = Y_3 - \tau_3 - (1 + r / \varpi) B_2$$

La notación utilizada es la siguiente:
$C^i$ representa el consumo ínter temporal

$\tau_i$ Impuestos per. Cápita
$Y^i$ ingreso del individuo en el momento i
$B^i$ deuda tomada en el instante i
R tasa de interés de equilibrio que prima en el mercado de crédito
$\varpi$ Prima o seguro de vida que se le carga a la tasa de interés ante la posibilidad de que el agente muera sin pagar la deuda tomada.

$\eta$ Probabilidad subjetiva de vivir solamente el periodo uno
$\phi$ Probabilidad subjetiva de vivir el periodo uno y dos

Elección optima en el momento dos

$$\max (1 - \beta) U(C_3, C_2) + (\beta) U(C_2)$$

Sujeto a

$$C_2 = Y_2 - \tau_2 + B_2 - (1 + r / \varpi) B_1$$

$$C_3 = Y_3 - \tau_3 - (1 + r / \varpi) B_2$$

Siendo beta la probabilidad subjetiva en el instante dos de vivir solamente dicho periodo o vivir el periodo dos y tres.

Si el individuo llega a vivir el último instante de su generación, el consumo óptimo estará determinado por el total del ingreso obtenido en ese momento.

En base a las condiciones de primer orden y uniendo los dos problemas de optimización encontraremos la función de reacción del agente representativo

$$C_2(C_1^*)$$

Debido a que el comportamiento de este agente nace de funciones habituales de utilidad, es decir, con las primeras derivadas respecto a cada consumo positivas y las respectivas segundas negativas tendremos soluciones interiores y las siguientes conclusiones.

En principio se confirma la relación existente entre la probabilidad subjetiva que tiene cada agente y el nivel de consumo optimo de cada momento, a su vez podemos deducir que los individuos de menores recursos le dan mas peso al ingreso corriente que al ingreso permanente al tomar sus decisiones de consumo óptimo, esto no se debe a una restricción de acceso al crédito por parte de estos agentes sino a las probabilidades subjetivas de cada individuo.
También es bueno mencionar que existe una relación positiva entre el nivel de ahorro, ceteris paribus, y la prima o seguro de vida que paga cada individuo al tomar un préstamo.

Recapitulando, hemos demostrado que con las medidas tomadas por parte del Estado se puede beneficiar a las distintas generaciones que viven en el país durante el tiempo considerado, pero también esto genera un costo neto, no solo a las cohortes n y n-1, sino también a los individuos que viven los tres instantes posibles de cada generación.

Y por ultimo a nivel micro tenemos que según sean las probabilidades de cada individuo, las personas le darán más importancia para la toma de sus decisiones al ingreso permanente si tienen altas posibilidades de estar vivas en el periodo tres, o al ingreso corriente si tiene altas expectativas de vivir solo el periodo uno.
Aquí se pone en evidencia que la probabilidad subjetiva de supervivencia ínter temporal es tan importante como la restricción financiera de las personas para tener en cuenta la importancia del ingreso corriente cuando se aplican políticas macroeconómicas.
Relacionado con esto, también es interesante tener en cuenta que si cada individuo toma sus decisiones económicas en base al valor esperado de sus ingresos ,la política mencionada aquí

$$dT_{i-2}\ \alpha_{i-2} = dT_i\ \alpha_i$$

ocasionara un incremento en el valor esperado de sus ingresos, pero el estado podría utilizar este razonamiento para justificar la siguiente acción

$$dT_{i-2}\ \alpha_{i-2} < dT_i\ \alpha_i$$

de modo tal que se mantenga constante el valor esperado de la riqueza individual al momento de aplicar dicha maniobra.

## 5- Conclusión

En virtud de haber alcanzado el propósito que impulso la consecución del siguiente trabajo, vale destacar que los resultados a los que se arribaron tienen al menos una interesante validez teórica.
Se ha logrado demostrar algebraicamente la posibilidad que tiene el estado de utilizar a su favor el crecimiento poblacional para lograr un incremento en el ingreso de cada cohorte siempre y cuando este posea la información necesaria. Este hecho permite refutar la validez, al menos bajo los supuestos de nuestro trabajo, de la equivalencia ricardiana a

nivel macroeconomico. Lográndose así mejorar el nivel de bienestar no solo de la población actual sino que también de las generaciones futuras sin poner en riesgo las cuentas fiscales.
Si bien queda mucho camino por recorrer, creemos que nuestras conclusiones ponen énfasis en aspectos como el incremento poblacional que no son tenidos en cuenta en muchos modelos y que utilizándolos eficientemente pueden tener beneficios importantes para la sociedad.
Por ultimo, otro aspecto importante a tener en cuenta es el uso de la información, si bien aquí se trato de manera muy somera ha quedado a la intemperie lo importante que es para la realización de políticas por parte del estado, ya que según sea el supuesto de trabajo que se realizan sobre la misma se alteran en gran medida los resultados.

***<u>Referencias:</u>***

**Barro Robert :** " Are Government Bonds Net Wealth?" *Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 6 (Nov. - Dec., 1974), pp. 1095-1117

**Ehrlich, I. y F Lui**: " The problem of population and growth: a review of the literature from Malthus to contemporary models of endogenous population and endogenous growth" , Journal of Economic Dynamics and Control 21. 1997

***Frenkel, Jacob y Assaf Razin****:* "Fiscal Policies and Growth in the World Economy"., The MIT Press, Cambridge, Massachussets, 1996.

**Robert Gibbons**: "Un primer curso de teoría de los juegos".Antoni Bosch editor,1993.

Notas de Cátedra de la materia Política Fiscal, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, año 2004.

**Romer, D**. (1996): Advanced Macroeconomics, McGraw-Hill, Nueva York